www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

11e JAARGANG No. 6, blz. 165-196 JUNI 1949

Philips Technisch Tijdschrift

BEHANDELENDE TECHNISCHE VRAAGSTUKKEN
SAMENHANGENDE MET DE PRODUCTEN, WERKWIJZEN EN ONDERZOEKINGEN
VAN DE N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

REDACTIE: LABORATORIUM VOOR WETENSCHAPPELIJK ONDERZOEK DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN, EINDHOVEN

VERHITTING DOOR HOOGFREQUENTE VELDEN

I. INDUCTIEVE VERHITTING

door E. C. WITSENBURG *).

621.364.156:621.785

Het verhitten van een metaal door middel van een er in geïnduceerde wisselstroom is geenszins nieuw: reeds uit het begin dezer eeuw dateren pogingen om deze methode practisch toe te passen. Kort na 1920 deed het inductieve verhitten met hoogfrequente stroom zijn intrede in de fabricage van radiobuizen. Pas daarna (1926-1929) heeft theoretisch en practisch onderzoek geleid tot een beter inzicht, waarop de snelle ontwikkeling steunt die de inductieve verhitting sinds omstreeks 1940 heeft doorgemaakt. Daar de frequenties en de vermogens die bij deze wijze van verhitten nodig zijn, geheel overeenkomen met die welke men aantreft bij radiozenders, is de genoemde ontwikkeling ondenkbaar zonder de grote vooruitgang die de radiotechniek in de laatste twee decennia heeft gemaakt. — Hoewel tegenwoordig de theorie, op grond waarvan men de gunstigste frequentie kan kiezen en de apparatuur kan dimensionneren, geen geheimen meer bezit, zijn de toepassingsmogelijkheden nog verre van volledig onderzocht. De schrijver haalt als voorbeeld een aantal bewerkingen aan (oppervlakteharden, gloeien, solderen, smelten) waarbij het inductieve verhitten voor de metaalindustrie reeds belangrijke perspectieven heeft geopend.

In een volgend artikel zal de capacitieve verhitting worden behandeld, die in zekere zin het complement vormt van de inductieve verhitting: is de laatstgenoemde beperkt tot geleidende materialen, de capacitieve verhitting, die berust op diëlectrische verliezen, heeft juist niet- of slecht geleidende stoffen tot object.

Verhitten is een behandeling die in de industrie bij talloze processen moet worden toegepast om het product de verlangde eigenschappen te geven. In de overgrote meerderheid der gevallen wordt de nodige warmte buiten het te verhitten materiaal opgewekt, hetzij door verbranding of een ander chemisch proces, hetzij door een electrische stroom die een afzonderlijke weerstanddraad doorloopt of wel een lichtboog vormt. Door geleiding, convectie en/of straling komt de warmte te bestemder plaatse.

Behalve deze indirecte verhitting is echter ook een directe verhitting denkbaar, waarbij de warmte *in* het te verhitten materiaal zelf ontstaat. Is dit materiaal electrisch geleidend (metaal, grafiet), dan kan men de warmte opwekken door er een stroom doorheen te sturen. Niet vaak echter leent de vorm van het voorwerp (of van het te verhitten gedeelte er van) zich voor aansluiting op een stroombron; als voorbeelden van zulke niet zeer talrijke gevallen noemen wij het weerstandslassen en de verhitting die de gloeidraad van gloeilampen en radiobuizen tijdens het fabricageproces ondergaat. In vele gevallen is de enige practische weg om de verwarmingsstroom in het materiaal tot stand te brengen, die der inductie, dus met behulp van een magnetisch wisselveld. Vandaar de naam van het proces waarmee we ons aanstonds zullen bezig houden: inductieve verhitting.

Niet alleen in geleidende, doch ook in isolerende media kan men warmte doen ontstaan, en wel dank zij het verschijnsel der diëlectrische verliezen. Deze treden op als het materiaal zich bevindt in een electrisch wisselveld, dus bijv. tussen de platen van een op wisselspanning aangesloten condensator. Daarvan is de naam capacitieve verhitting afkomstig.

Dank zij deze beide methoden van verhitting is in de industrie in menig geval een warmtebehande-

*) Philips Telecommunicatie Industrie, vh. N.S.F., Hilversum.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

ling mogelijk geworden die met een meer conventionele wijze alleen minder doeltreffend of zelfs in het geheel niet zou kunnen worden uitgevoerd. De kwaliteitsverbetering en de productievergroting die men met inductieve of capacitieve verhitting in vele gevallen heeft weten te bereiken, hebben reeds geleid tot een uitgebreide toepassing van beide werkwijzen. Men mag aannemen dat dit industriële toepassingsgebied zich in de komende jaren nog aanmerkelijk zal verruimen. Daarbij zal zich ook duidelijker gaan aftekenen, welke warmtebehandelingen beter kunnen worden uitgevoerd met inductieve of capacitieve verhitting, en welke beter kunnen geschieden op een tot dusverre meer gebruikelijke wijze, want zoals ieder proces hebben natuurlijk ook de inductieve en de capacitieve verhitting haar beperkingen.

Behalve het feit dat, zowel bij inductieve als bij capacitieve verhitting, de warmte *in* het materiaal ontstaat, is er tussen beide methoden nog een punt van overeenkomst. Bij capacitieve, en in verreweg de meeste gevallen ook bij inductieve verhitting, zijn gunstige resultaten pas mogelijk bij gebruik van hoge frequenties, die alleen op geschikte wijze kunnen worden verkregen met de methoden der radiotechniek. Overigens echter lopen de inductieve en de capacitieve verhitting zo ver uiteen — alleen reeds door de aard der objecten (geleiders resp. niet-geleiders) — dat wij ze het best kunnen behandelen in afzonderlijke artikelen. Als eerste moge de inductieve verhitting aan de beurt komen.

De warmteprocessen waarvoor de inductieve verhitting met hoge frequentie vaak grote verbetering heeft gebracht, zijn: harden, gloeien, hard en zacht solderen en smelten. Allerwegen zoekt men nog naar nieuwe mogelijkheden — getuige de uitgebreide hedendaagse literatuur over deze onderwerpen. Door deze grote belangstelling zou de onjuiste indruk kunnen worden gevestigd dat hier sprake is van een geheel nieuwe techniek. Reeds kort na 1920 werd o.a. in de Philips-fabrieken te Eindhoven inductieve verhitting op industriële schaal toegepast voor het uitgloeien (ontgassen) van de electroden van radiobuizen. Sedert 1935 is in dezelfde fabrieken een inductie-oven [1]) in bedrijf voor het smelten van magneetstaal en andere legeringen. In beide gevallen doet een buisoscillator dienst voor het opwekken van de hoogfrequente stroom. Soms echter kan men volstaan met lagere frequenties, die ook kunnen worden opgewekt met machinegeneratoren.

[1]) Zie voor een beschrijving van deze installatie: Philips techn. T. **1**, 53-59, 1936.

Voor het juiste begrip van de karakteristieke resultaten die met inductieve verhitting zijn te behalen, kan een korte theoretische beschouwing verhelderend werken. Daarom zullen wij aan de bespreking van enige toepassingen een zeer eenvoudig voorbeeld laten voorafgaan, aan de hand waarvan de meest typische verschijnselen duidelijk kunnen worden gemaakt.

Algemene beschouwing over inductieve verhitting

We gaan daartoe na wat er gebeurt wanneer we om een stalen as van bijv. 2 cm diameter enkele windingen aanbrengen (*fig. 1*) en de einden van de aldus gevormde spoel (werkspoel genaamd) aansluiten op een generator die een wisselstroom levert

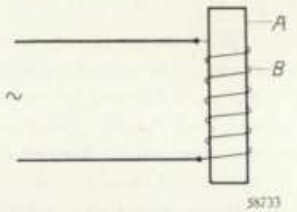


Fig. 1. Een staaf *A* wordt verhit door de stroom die er in wordt geïnduceerd door de wisselstroom in de werkspoel *B*.

met een frequentie van bijv. 500 000 per/sec [2]). De stroom door de werkspoel veroorzaakt een magnetisch wisselveld, dat in de staaf stromen opwekt. Dank zij de Joule-verliezen leveren deze stromen ons de gewenste warmte. Volgens de bekende inductiewet lopen de stromen in de staaf zodanig dat zij de oorzaak van hun ontstaan — het magnetische veld — zoveel mogelijk tegenwerken. Hieruit volgt als eerste typische eigenschap van de inductieve verhitting dat de opgewekte warmte in hoofdzaak beperkt blijft tot dat gedeelte van het werkstuk dat zich onmiddellijk tegenover de werkspoel bevindt. Door de dimensionnering en de plaatsing van de spoel kan dus een gedeeltelijke verhitting van het werkstuk tot stand worden gebracht, hetgeen in vele gevallen een van de belangrijke voordelen van deze wijze van verhitten zal blijken te zijn.

Aan de geïnduceerde stroom is nog iets bijzonders op te merken. De stroomdichtheid namelijk is het grootst aan het oppervlak van de staaf en neemt naar binnen toe snel af, ongeveer volgens de formule

$$J_x = J_0 e^{-\frac{x}{\delta}},$$

[2]) Een soortgelijk geval, waarbij echter niet verwarming het doel was, werd onlangs in dit tijdschrift beschouwd: P. Zijlstra, Een apparaat voor het aantonen van oppervlakkige barsten in metalen draden, Philips techn. T. **11**, 10-14, 1949 (No. 1).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

waarin J_x de stroomdichtheid op een diepte x, J_0 die aan het oppervlak en δ de zg. indringdiepte voorstellen, d.i. de diepte waarop $J_x = J_0/e$. In de buitenste laag van de staaf, ter dikte δ, wordt ca 83% van de totale warmte opgewekt.

De indringdiepte is afhankelijk van de soortelijke weerstand ϱ en van de relatieve permeabiliteit μ_r van het materiaal van de staaf en bovendien van de frequentie f. Zij kan worden berekend met de formule:

$$\delta = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\varrho \cdot 10^7}{\mu_r f}} \approx 503\sqrt{\frac{\varrho}{\mu_r f}} \text{ meter} \quad . \quad (1)$$

(ϱ in Ω·m, f in per/sec).

Betreffende μ_r van ferromagnetische materialen kan worden opgemerkt dat wegens de zeer hoge veldsterkten die bij inductieve verhitting gebruikelijk zijn, in sterke mate verzadiging optreedt, waardoor men steeds met vrij kleine waarden van μ_r te maken heeft (in de orde van 100, of zelfs 10). Bij verhitting tot boven het Curie-punt (770 °C voor ijzer) verdwijnen de ferromagnetische eigenschappen en wordt $\mu_r = 1$.

In *fig. 2* is voor enige materialen de indringdiepte gegeven in afhankelijkheid van de frequentie. We zien hieruit dat in de beschouwde staaf (ijzer in hete toestand) de warmte in hoofdzaak ontstaat in een schil ter dikte van 0,85 mm (bij de gekozen frequentie van 500 000 per/sec).

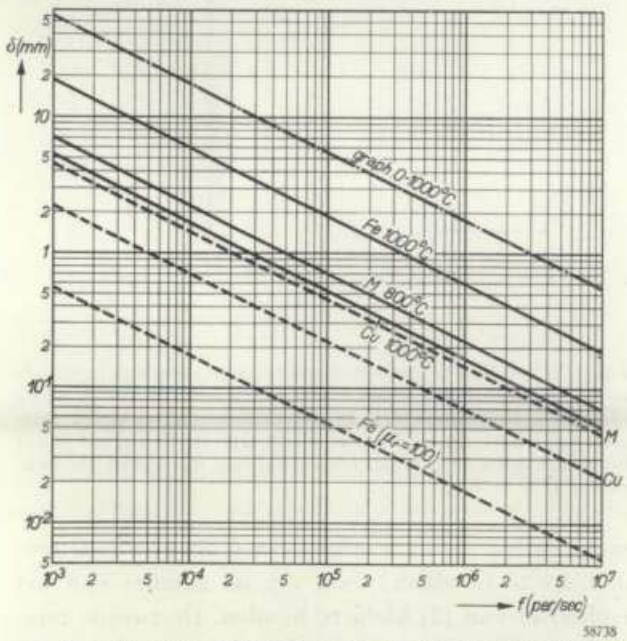


Fig. 2. Indringdiepte δ als functie van de frequentie f voor enige materialen, volgens formule (1). *Graph* = grafiet, *Fe* = ijzer, *Cu* = koper, *M* = messing. Gestippelde lijnen gelden voor kamertemperatuur, getrokken lijnen voor 800-1000 °C. De lijn voor grafiet is nagenoeg onafhankelijk van de temperatuur. Bij ijzer in koude toestand is $\mu_r = 100$ aangenomen, bij ijzer van 1000 °C is $\mu_r = 1$.

Deze warmte wordt in eerste instantie gebruikt voor verhitting van de schil, maar zodra de temperatuur van de schil stijgt boven die van de omgeving, begint er warmte in twee richtingen weg te stromen: in de eerste plaats naar het inwendige van de staaf, door warmtegeleiding, en in veel mindere mate naar buiten, door straling en convectie. Mathematisch is hetgeen hier gebeurt moeilijk exact na te gaan, maar we kunnen ons uit het warmtegeleidingsvermogen en de stralingscoëfficient van het materiaal — i.c. staal — wel een idee vormen van de grootte-orde der beide warmtestromen. Zo veroorzaakt bijv. in ijzer een temperatuurverschil van 100 °C per mm een warmtestroom van ca 7 W/mm². En bij een temperatuur van 1000 °C aan het oppervlak bedraagt de straling 0,015 W/mm². Bij de bespreking van het oppervlakteharden zullen we op de betekenis van de warmte-afleiding terugkomen.

Opgemerkt zij nog dat men, als de vorm van het werkstuk dit wenselijk maakt, de werkspoel ook *in* het werkstuk kan aanbrengen. Wij zullen hiervan straks een voorbeeld geven.

Rendement van de werkspoel

Een gedeelte van het aan de werkspoel toegevoerde vermogen gaat verloren, als gevolg van de weerstand van deze spoel. We kunnen dus spreken van het rendement van de werkspoel: de verhouding η van het vermogen P_2 dat aan de charge ten goede komt, tot het toegevoerde vermogen $P_0 = P_1 + P_2$, als P_1 het in de werkspoel verloren gegane vermogen voorstelt:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1 + P_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Het is niet moeilijk in te zien dat — binnen zekere grenzen — het rendement groter zal zijn naarmate de soortelijke weerstand (ϱ_1) van de charge hoger is ten opzichte van die (ϱ_2) van het materiaal waaruit de werkspoel bestaat, en naarmate deze spoel de charge nauwer omsluit. Behalve deze factoren is nog een andere, minder voor de hand liggende factor voor het rendement van belang, namelijk de verhouding van de diameter der charge tot de indringdiepte δ_2 in de staaf. Een vereenvoudigde theoretische beschouwing levert voor het rendement van de werkspoel de volgende formule:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{D^2}{d^2}\left(1 + 6{,}25\,\frac{\delta_2^2}{d^2}\right)\sqrt{\frac{\varrho_1}{\mu_r\,\varrho_2}}} \quad , \quad . \quad (3)$$

waarin D = diameter van de werkspoel en d = diameter van de charge.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Deze formule kan als volgt worden afgeleid [3]).

In het vervangschema (*fig. 3*) stellen R_1 en L_1 de weerstand en de zelfinductie van de werkspoel voor, en R_2 en L_2 de weerstand en de zelfinductie van de charge. Deze laatste is met de werkspoel gekoppeld door de wederzijdse inductie M.

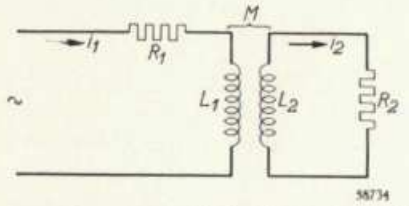


Fig. 3. Vervangschema voor de in fig. 1 afgebeelde situatie. R_1, L_1 = weerstand en zelfinductie van de werkspoel, R_2, L_2 = weerstand en zelfinductie van het werkstuk, M = wederzijdse inductie.

Is I_1 de effectieve waarde van de primaire stroom en I_2 die van de secundaire stroom, dan geldt voor het nuttige vermogen P_2:

$$P_2 = I_2^2 R_2 = n^2 I_1^2 R_2,$$

als $n = I_2/I_1$ de stroomtransformatieverhouding voorstelt.

Het vermogen P_1 dat in de werkspoel verloren gaat, is

$$P_1 = I_1^2 R_1,$$

zodat het rendement van de werkspoel is:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1 + P_2} = \frac{n^2 R_2}{R_1 + n^2 R_2} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1}{n^2}}. \quad \ldots \quad (4)$$

Wij zullen de in de noemer van de laatste breuk optredende grootheden R_1/R_2 en $1/n^2$ afzonderlijk beschouwen, en wel voor een eenvoudig, sterk geschematiseerd geval.

Wij nemen aan dat de werkspoel bestaat uit één winding met een zodanige breedte (H, *fig. 4*) dat het veld binnen deze spoel als homogeen mag worden beschouwd. In dit homogene veld is het staafvormige werkstuk opgesteld (lengte $h < H$).

De stroom in de werkspoel kan men geconcentreerd denken in een laagje (dikte δ_1) aan de binnenzijde. De weerstand van de werkspoel is derhalve $R_1 = \varrho_1 \cdot \pi D/H\delta_1$. Evenzo geldt voor de weerstand van de staaf: $R_2 = \varrho_2 \cdot \pi d/h\delta_2$.

Voorts nemen we eenvoudigheidshalve nog aan dat de staaf gelijkvormig is met de werkspoel, dus dat $d/h = D/H$. In dat geval is

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1}.$$

Maken we gebruik van (1) en stellen we voor de werkspoel, die uit niet-ferromagnetisch materiaal bestaat, $\mu_r = 1$, dan komt er:

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{\varrho_1}{\varrho_2 \mu_r}}. \quad \ldots \quad (5)$$

Nu nog de factor $1/n^2$. Voor de secundaire keten (fig. 3) geldt:

$$i_2 (R_2 + j\omega L_2) + i_1 \cdot j\omega M = 0,$$

als i_1 en i_2 de complexe waarde van de beide stromen voorstellen, en $\omega = 2\pi f$. Dus

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2 + j\omega L_2}{-j\omega M}.$$

$1/n^2$ is het kwadraat van de absolute waarde van deze uitdrukking:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}{\omega^2 M^2} = \frac{\frac{R_2^2}{\omega^2 L_2^2} + 1}{k^2 \frac{L_1}{L_2}}.$$

Hierin is $k^2 = M^2/L_1 L_2$, waarvoor men bij benadering kan schrijven: d^3/D^3.

Substitueert men hierin:

$$R_2 = \varrho_2 \cdot \pi d/h\delta_2,$$
$$L_2 = \pi\mu F d^2/4h,$$
$$L_1 = \pi\mu F D^2/4H$$

(waarin $\mu = \mu_0\mu_r = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r$ en F een factor is die afhangt van $D/H = d/h$), dan vindt men na enige herleiding:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{D^2}{d^2}\left(1 + \frac{\varrho_2^2 \cdot 10^7}{\pi^2 F^2 f^2 \mu_r^2 d^2}\right) = \frac{D^2}{d^2}\left(1 + \frac{4}{F^2} \cdot \frac{\delta_2^2}{d^2}\right). \quad (6)$$

Substitutie van (5) en (6) in (4) levert, met $F = 0{,}8$ (behorende bij $D/H = 0{,}6$), de bovenstaande vergelijking (3) voor het rendement η.

Hoewel de formule (3) slechts geldt voor een zeer eenvoudig geval, kunnen wij er ook voor andere gevallen toch wel enige conclusies uit trekken in zake de

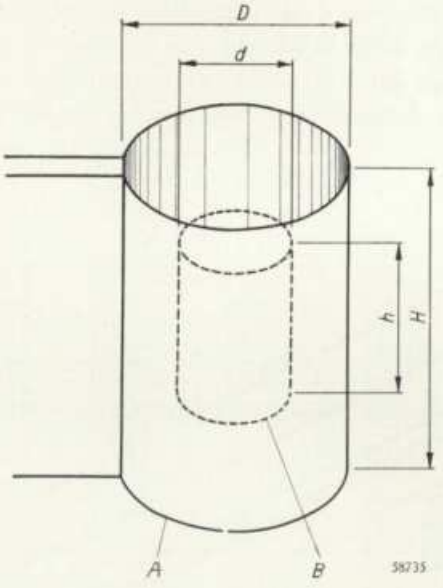


Fig. 4. Schets van de opstelling waarvoor het rendement van de werkspoel wordt berekend. A = werkspoel van één winding (diameter D, breedte H), B = staafvormig werkstuk (diameter d, lengte h). Ondersteld wordt dat H/D zo groot is dat het veld binnen de spoel als homogeen mag worden beschouwd, en dat $H/D = h/d$.

maatregelen die men moet nemen om een hoog rendement te bereiken, dwz. om de noemer van het rechterlid van (3) klein te houden. De tweede term in deze noemer bestaat uit drie factoren, die we afzonderlijk zullen beschouwen.

1) D^2/d^2. Ter wille van het rendement moet men D zo weinig mogelijk groter dan d kiezen, dus de werkspoel zo nauw mogelijk om het werkstuk

[3]) Zie ook: E. C. Witsenburg, Hoogfrequente inductieve verhitting, T. Ned. Radiog. **12**, 201-211, 1947.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

laten passen (of, omgekeerd, het werkstuk zo nauw mogelijk om de spoel laten passen).

2) $(1 + 6{,}25\ \delta_2^2/d^2)$. Evenals de vorige factor is deze groter dan 1. Laten we als maximale, meestal nog goed bereikbare waarde bijv. 1,1 toe, dan moet dus $d/\delta_2 \geqq \sqrt{62{,}5} \approx 8$ zijn. Met andere woorden: men dient de frequentie zo hoog te kiezen dat de indringdiepte niet groter is dan ongeveer een achtste van de diameter van het werkstuk. Substitueert men voor δ_2 de waarde volgens (1), dan wordt de vergelijking voor de minimumfrequentie f_{min} die nodig is om een goed rendement te kunnen bereiken:

$$f_{min} = 503^2 \cdot 62{,}5 \cdot \frac{\varrho_2}{\mu_r d^2} = 16 \cdot 10^6 \cdot \frac{\varrho_2}{\mu_r d^2} \text{ per/sec.} \quad (7)$$

(ϱ_2 in Ω·m, d in m).

Nemen we als voorbeeld ijzer dat tot 1000 °C is verhit, met $\varrho_2 = 1{,}4 \cdot 10^{-6}$ Ω·m en $\mu_r = 1$ (1000 °C is boven het Curie-punt), dan is $f_{min} \approx 22{,}5/d^2$. Voor diverse staafdiameters vinden we hieruit:

d	f_{min}
500 mm	90 per/sec
100	2 250
10	225 000
5	900 000

Kiest men $f > f_{min}$, dan neemt het rendement van de werkspoel niet noemenswaard toe, terwijl het rendement van de generator die de hoogfrequente stroom levert, daalt. f_{min} is dus ongeveer de gunstigste frequentie waarmee men kan werken.

In *fig.* 5 is voor enige materialen f_{min} uitgezet als functie van d.

3) $\sqrt{\varrho_1/\varrho_2\mu_r}$. Bij een gegeven charge beschikt men, wat deze factor betreft, alleen over ϱ_1. Zoals te verwachten was, moet men, om een hoog rendement te kunnen bereiken, de werkspoel van goed geleidend materiaal vervaardigen, dus van koper. Om dezelfde reden dient men haar koud te houden. Zij wordt dan ook dikwijls uitgevoerd als een koperen buis waar koelwater doorheen stroomt.

Bestaat het werkstuk eveneens uit koper en is het nog koud, dan is de factor $\sqrt{\varrho_1/\varrho_2\mu_r} = 1$ en blijft het rendement beneden 50%. In de meeste gevallen echter is $\varrho_2\mu_r$ aanzienlijk groter dan ϱ_1 en bereikt men dan ook hogere waarden van η, tot zelfs 96% toe, zoals *fig.* 6 laat zien. Hierin is η uitgezet als functie van D/d, in de onderstelling dat de frequentie gelijk is aan f_{min}. Voor niet-ferromagnetische materialen met een positieve temperatuurcoëfficient van de weerstand, zoals koper, stijgt het

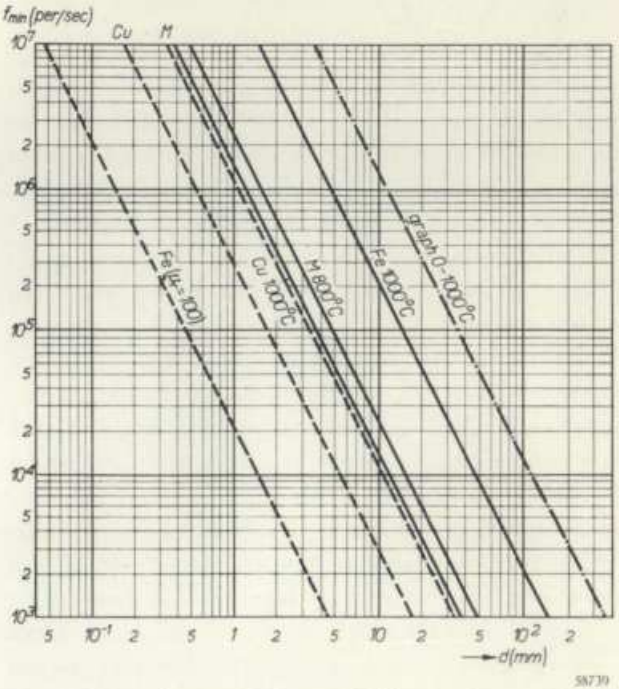


Fig. 5. Laagste frequentie f_{min} waarbij het rendement niet onnodig laag is, als functie van de diameter d van het werkstuk, voor grafiet (*graph*), ijzer (*Fe*), koper (*Cu*) en messing (*M*), op kamertemperatuur (gestippeld) en bij 800-1000 °C (getrokken). Voor koud ijzer is $\mu_r = 100$ aangenomen.

rendement met de temperatuur. Bij ijzer daarentegen daalt het rendement zodra de temperatuur het Curie-punt overschrijdt, aangezien μ_r dan sterker afneemt dan ϱ_2 toeneemt.

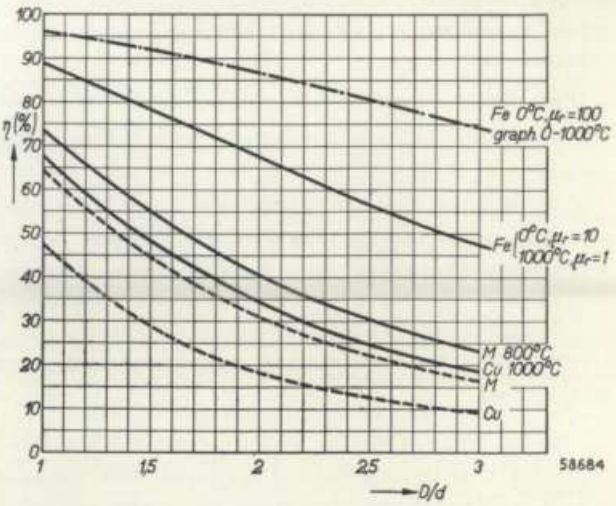


Fig. 6. Rendement η van de werkspoel als functie van D/d (D = diameter werkspoel, d = diameter werkstuk) voor dezelfde materialen als in fig. 2 en 5, op 0 °C (gestippeld) en op 800-1000 °C (getrokken). Voor koud ijzer is een kromme getekend voor $\mu_r = 100$ en een voor $\mu_r = 10$. De frequentie is $= f_{min}$.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Electrodynamische krachten op de charge

Tot slot van onze algemene beschouwing willen wij nog even ingaan op de electrodynamische krachten die door het magnetische veld op de charge worden uitgeoefend.

Op ieder punt van de werkspoel en van de charge werkt een kracht, die evenredig is met de modulus van het vectorproduct van de stroomdichtheid en de magnetische inductie ter plaatse en die loodrecht staat op het vlak waarin deze beide vectoren liggen. In het eenvoudige geval dat in fig. 1 is geschetst, zijn, bij volkomen symmetrie, de krachten op de charge radiaal naar binnen gericht en heffen zij elkaar op, zodat het werkstuk als geheel geen kracht ondervindt. Bij afwijkingen van de symmetrie echter — zoals o.a. voorkomt bij het inbrengen van de charge in de werkspoel — wordt op het werkstuk wèl een (afstotende) kracht uitgeoefend, die onder bepaalde omstandigheden hinderlijk groot kan zijn. De volgende redenering — waarbij we eenvoudigheidshalve onderstellen dat de charge zich in een homogeen veld bevindt — laat zien dat deze kracht kleiner is naarmate men de frequentie hoger kiest.

We hebben reeds gezien dat de indringdiepte van de stroom in de charge evenredig is met $1/\sqrt{f}$ (zie (1)), zodat de weerstand R_2 van de charge evenredig is met $\sqrt{f}$. Voor een gegeven vermogen $I_2^2R_2$ in de charge moet derhalve I_2^2 evenredig zijn met $1/\sqrt{f}$. De electrodynamische kracht die op de charge wordt uitgeoefend, is evenredig met het product van I_2 en de magnetische inductie B, dus, bij evenredigheid van I_2 en B, met I_2^2, dus met $1/\sqrt{f}$: de kracht is, bij een gegeven vermogen, omgekeerd evenredig met de wortel uit de frequentie. Zo is bijv. bij een frequentie van 500 000 per/sec, voor een bepaald vermogen, de kracht 100 maal zo klein als bij 50 per/sec.

Van het gering zijn van de kracht bij hoge frequenties ondervindt men groot gemak bij bewerkingen als solderen, waarop wij nog terugkomen. Eventueel kan dit aanleiding geven tot het kiezen van een hogere frequentie dan nodig is om, bij gegegeven werkstukken, een hoog rendement te bereiken.

Generatoren voor inductieve verhitting met hoge frequenties

Uit fig. 5 zagen we dat men bij grote werkstukken van niet al te best geleidend materiaal kan volstaan met betrekkelijk lage frequenties, in de orde van 500 tot 10 000 per/sec. Bij objecten ter grootte van enkele mm echter vervalt men in frequenties in de orde van 1 000 000 per/sec.

De eerstgenoemde frequenties kunnen worden opgewekt door roterende machines, van de soort die men gebruikte voor radiotelegrafie, toen deze nog met zeer lange golven werkte. Wij zullen deze machines hier niet bespreken, maar wel enige woorden wijden aan de buisgeneratoren, waarmee men, zoals bekend, veel hogere frequenties kan opwekken.

De voornaamste bestanddelen van zulk een buisgenerator zijn een zendtriode en een trillingskring. Door terugkoppeling wordt de schakeling tot oscilleren gebracht. In de zelfinductietak van de kring is de werkspoel opgenomen, hetzij rechtstreeks, hetzij via een tussentransformator. Deze laatste is vaak nodig om de gunstigste aanpassing tot stand te brengen, dwz. de zeer lage weerstand van het werkstuk te transformeren tot een waarde waarbij de zendbuis op de juiste wijze is belast.

Een weerstand r in serie met een der takken van een trillingskring (*fig. 7a*) is, bij de resonantiefrequentie, gelijkwaardig met een weerstand R_p ter grootte Q^2r parallel aan de kring (Q = kwaliteitsfactor). Om met een geschikte waarde van Q (omstreeks 30) R_p in de orde van grootte te brengen die voor de zendbuis nodig is (bijv. 1000 Ω), moet r in de orde van 1 Ω zijn. Nu is de weerstand R_2 van het werkstuk doorgaans veel

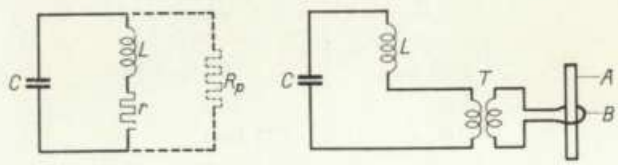


Fig. 7. *a*) Bij de resonantiefrequentie van een trillingskring L-C is de weerstand r in een der takken gelijkwaardig met een parallelweerstand $R_p = Q^2r$ (Q = kwaliteitsfactor).
b) De weerstand van het werkstuk A is vaak zo laag dat een tussentransformator T nodig is om de werkspoel B met de trillingskring L-C te koppelen.

kleiner. In het boven beschouwde eenvoudige geval is $R_2 = \varrho_2 \cdot \pi d/h\delta_2$. Bij $f = f_{min}$ is $d \approx 8\delta_2$, dus $R_2 \approx 8\pi\varrho_2/h$. Met bijv. h = 5 cm vindt men voor ijzer van 1000 °C: $R_2 \approx 0{,}7$ mΩ. Om deze waarde te transformeren tot r = 1 Ω zou een werkspoel met $\sqrt{r/R_2} \approx 38$ windingen nodig zijn, die doorgaans niet uitvoerbaar is. Men brengt de gewenste transformatie dan tot stand met behulp van een tussentransformator (T, fig. 7*b*), waarbij de werkspoel uit één winding kan bestaan. Deze veroorzaakt dan een zeer geconcentreerde verhitting — reden waarom men de transformator T wel concentrator noemt.

Daar de weerstand van de meeste materialen sterk verandert met de temperatuur, zou men feitelijk tijdens de verhitting de aanpassing telkens moeten wijzigen om de gunstigste condities te handhaven. Bij smeltprocessen, die bijv. 10 minuten duren, kan men dit doen door stapsgewijze condensatoren parallel aan de werkspoel bij te schakelen [3]). In vele

[3]) Vgl. het in noot [1]) aangehaalde artikel, blz. 55.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

andere gevallen echter zijn met het verhittingsproces slechts enkele seconden gemoeid, zodat een regeling met de hand niet doenlijk is. Hoewel een automatische regeling mogelijk zou zijn, volstaat men gewoonlijk met een vaste instelling, die ongeveer het gemiddelde is van de gunstigste instellingen voor koude resp. warme toestand.

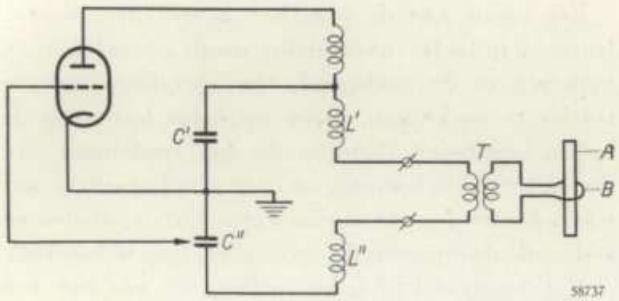


Fig. 8. Principeschema van een generator voor inductieve verhitting met hoge frequenties (Colpitts-schakeling). C'-C''-L'-L'' symmetrisch uitgevoerde trillingskring, T = tussentransformator, B = werkspoel, A = charge.

Fig. 9. Generator voor inductieve verhitting met hoge frequenties, type SFG 136/00. Rechts de aansluitingen voor de werkspoel. Max. vermogen in het werkstuk 2 kW, frequentie 1,2 Mper/sec. Het apparaat bevat één zendbuis TB 3/2000 en twee gelijkrichtbuizen DCG 5/5000. Hoogte in mm.

Ten einde in de generator een terugkoppelspoel te vermijden (die vaak om constructieve redenen moeilijk is aan te brengen), gebruikt men bij voorkeur de Colpitts-schakeling (*fig. 8*), waarbij de roosterwisselspanning wordt ontleend aan de capacitieve tak van de trillingskring.

Het afgegeven vermogen wordt geregeld met de gelijkspanning waarmee de anodekring van de zendbuis wordt gevoed. Deze spanning wordt betrokken van een gelijkrichter en is regelbaar, hetzij in stappen (aftakkingen op de secundaire wikkeling van de voedingstransformator), hetzij — zoals meestal wordt verlangd — continu. Hiervoor staan verschillende middelen ten dienste: een tussen het net en de voedingstransformator geschakelde regeltransformator (met glijcontact) of een inductieregelaar, dan wel regeling met behulp van stuurroosters in de gelijkrichtbuizen (relaisbuizen) [4]).

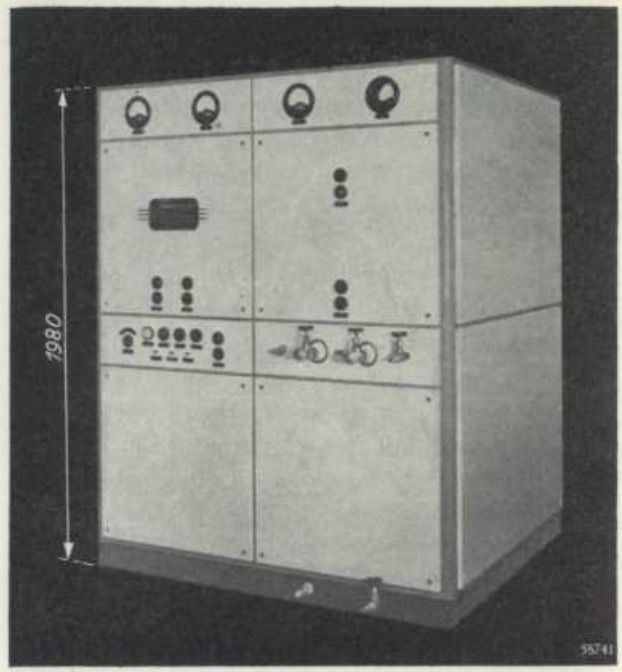


Fig. 10. Generator voor inductieve verhitting met hoge frequenties, type SFG 134/00. Rechts de aansluitingen voor de werkspoel, met waterkoeling. Max. vermogen in het werkstuk 20 kW, frequentie 450 kper/sec. Het apparaat bevat twee parallelgeschakelde buizen TA 12/20 en drie gelijkrichtbuizen DCG 12/30. Hoogte in mm.

Fig. 9 en 10 geven het uiterlijk weer van een generator voor inductieve verhitting, voor 2 resp. 20 kW. De frequentie van deze generatoren is vast; zij bedraagt 1,2 resp. 0,45 Mper/sec, welke waarden blijkens fig. 5 voldoende hoog zijn om voorwerpen

[4]) Zie bijv.: J. G. W. Mulder en H. L. van der Horst, Een regelbare gelijkrichterinstallatie van 20 000 V en 18 A, Philips techn. T. 1, 161-165, 1936.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

met een dikte van enkele mm en groter met een behoorlijk rendement te kunnen verhitten.

Toepassingen van inductieve verhitting

Wij zullen nu enige toepassingen van inductieve verhitting beschrijven waarbij deze werkwijze bijzonder gunstige resultaten levert.

Oppervlakteharden

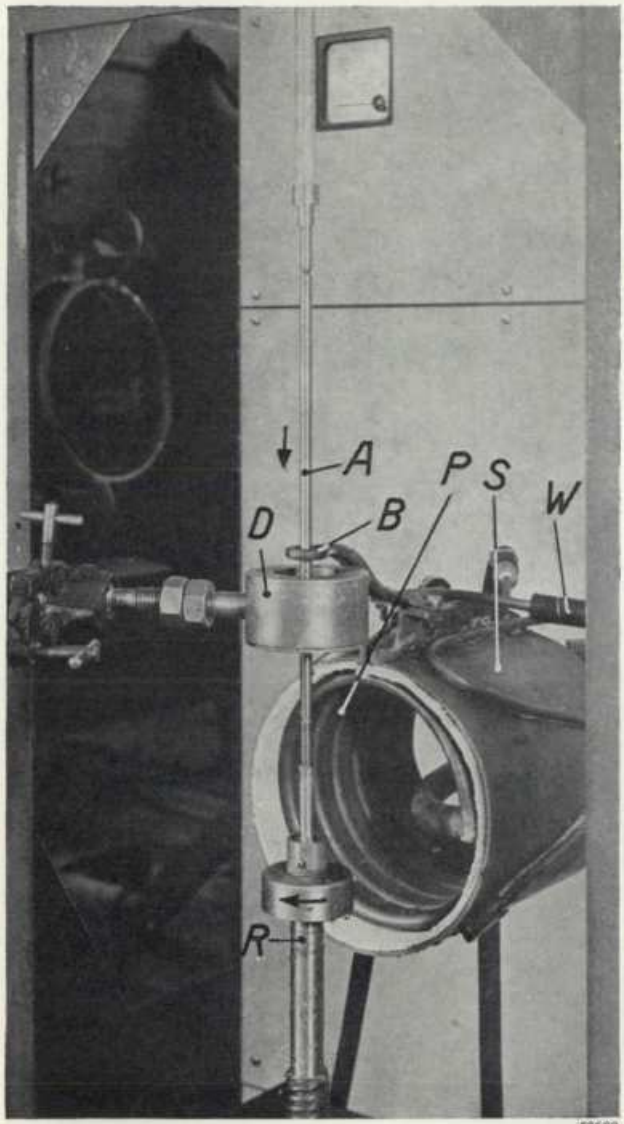
Vele machine-onderdelen, bijv. assen en tandwielen, en ook snijgereedschappen, bijv. tappen, zijn onderhevig aan slijtage, terwijl er tevens grote krachten op worden uitgeoefend. Om het staal, waarvan deze onderdelen zijn vervaardigd, beter bestand te maken tegen slijtage, kan men het harden, maar het wordt dan tevens bros. Om krachten te weerstaan, moet het staal taai zijn, maar dan is het ook zacht. De combinatie van hard en taai, door het gehele materiaal heen, is niet te verwezenlijken, maar dit is ook niet vereist. Voldoende is het dat het materiaal hard is aan het oppervlak ter plaatse waar slijtage kan optreden, en overal elders taai. Om deze verdeling van eigenschappen te bereiken, heeft men het cementeerprocédé uitgewerkt: het werkstuk wordt dan gemaakt van een niet-hardbaar staal, waarvan de laag aan het oppervlak wordt blootgesteld aan de inwerking van koolstof, in welke laag dan een hardbaar staal ontstaat. Voor dit harden is een langdurig gloeien noodzakelijk, waardoor ongewenste structuurwijzigingen en afwijkingen van de verlangde afmetingen kunnen ontstaan.

Een veel elegantere oplossing voor het oppervlakteharden biedt de inductieve verhitting met hoge frequenties. Daarbij ontstaat immers de warmte in een laag aan het oppervlak, dus juist daar waar ze nodig is. Men behoeft nu slechts de buitenste laag van het uit niet gehard, taai koolstofstaal (hardheid ongeveer 15 Rockwell) vervaardigde werkstuk zo snel op de hardingstemperatuur te brengen dat de dieper gelegen lagen, die alleen door geleiding warmte ontvangen, in temperatuur verre achterblijven, en vervolgens de buitenste laag snel af te koelen. Deze neemt dan een hardheid van omstreeks 60 Rockwell aan. Bij het verhitten moet het toegevoerde vermogen zo hoog worden opgevoerd dat het het door geleiding afgevoerde vermogen in ruime mate overtreft. Dit betekent dat de oppervlaktedichtheid van het toegevoerde vermogen in de orde van grootte van 1 kW/cm² moet liggen. Inderdaad worden dergelijke waarden, en hogere, bij inductieve verhitting gebruikt (de hoogste waarden corresponderen met de dunste geharde lagen).

Er is geen ander middel bekend om zulk een hoge warmteconcentratie te bereiken, behalve de electrische lichtboog, zoals voor lassen wordt gebruikt, doch deze is voor het harden niet voldoende te beheersen. Warmte-overdracht door straling of door direct contact met bijv. een acetyleenvlam is volkomen ontoereikend.

Een grens aan de practisch bereikbare concentratie bij inductieve verhitting wordt gesteld door de verliezen in de werkspoel. Om zeer hoge concentraties te verkrijgen, moet men dus letten op de boven besproken factoren die het rendement van de werkspoel beheersen, en deze spoel krachtig met water koelen (om de verlieswarmte af te voeren en zodoende de weerstand van de spoel laag te houden).

Het oppervlakteharden willen wij nu met een drietal voorbeelden toelichten. *Fig. 11* toont een



58650

Fig. 11. Harden van een koolstofstalen as (*A*). *B* = werkspoel van één winding. *P* = primaire, *S* = secundaire spoel van de tussentransformator (*T*, fig. 8). *D* = waterdouche voor het afschrikken van de as, die met een snelheid van 2 m/min van boven naar beneden beweegt en tegelijk door de as *R* wordt gedraaid. *W* = koelwatertoevoer voor de werkspoel.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

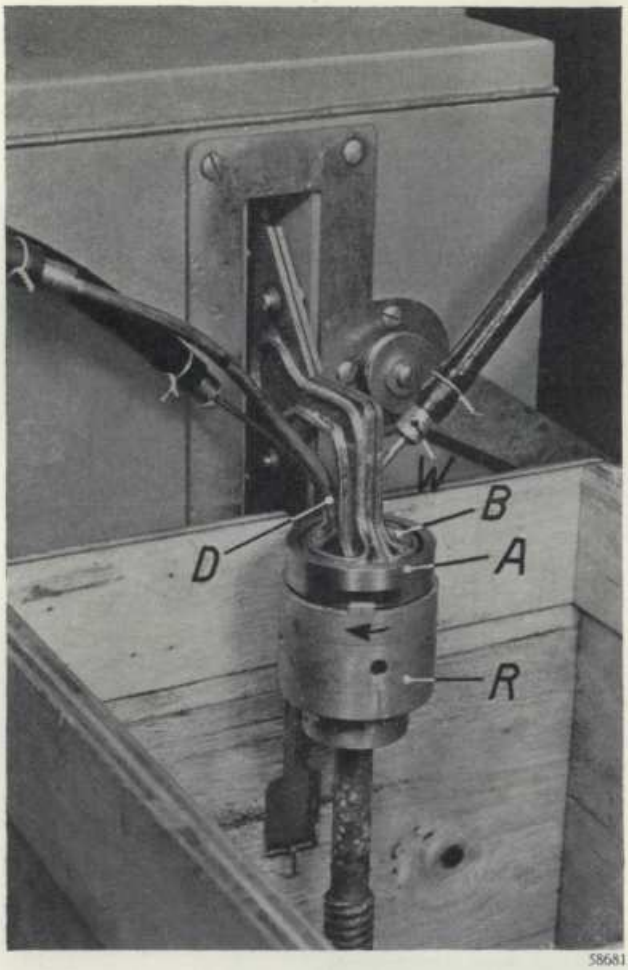


Fig. 12. Harden van de binnenzijde van een koolstofstalen ring (*A*). Betekenis der letters *B*, *D*, *R* en *W* als in fig. 11.

proefopstelling voor het harden van koolstofstalen asjes (diameter 6 mm), die met een axiale snelheid van 2 m/min door de werkspoel worden gevoerd. Dicht onder deze spoel bevindt zich een waterdouche voor het afschrikken. Tijdens de bewerking roteert de as, om de invloed van kleine asymmetrieën op te heffen.

Na de behandeling vertonen de assen een buitenste laag van 0,5 mm dik met een hardheid van 64 Rockwell, terwijl de hardheid van de kern onveranderd is gebleven. De kern heeft daardoor haar taaiheid behouden, waaraan het is te danken dat het kromtrekken van de as (door inhomogeniteit van het uitgangsmateriaal) zeer gering is: het bedraagt ten hoogste 0,07 mm op een lengte van 300 mm.

In de opstelling van *fig. 12* wordt een koolstofstalen ring aan de binnenzijde gehard. De werkspoel wordt er van boven af in gebracht. De ring ligt op een roterende bus, ook weer om asymmetrieën te nivelleren. De behandeling wordt uitgevoerd met een installatie van 20 kW en duurt enkele seconden. Het resultaat is een laag van 0,8 mm met een hardheid van 60 Rockwell. Op 2 mm diepte is de hardheid 15 Rockwell.

De proefopstelling van *fig. 13* dient voor het harden van lintzaagbladen zonder eind, die met een snelheid van 2 m/min onder de werkspoel door lopen. Deze is zo gevormd dat zowel de getande als de ongetande zijde van het zaagblad wordt verhit, ter

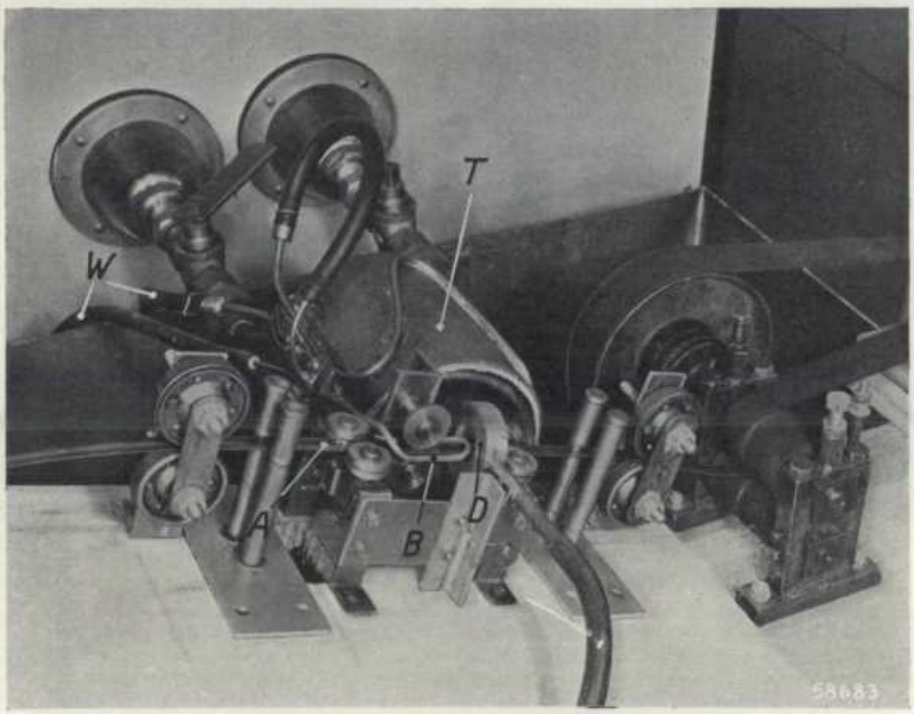


Fig. 13. Harden van een lintzaagblad, dat met een snelheid van 2 m/min onder de werkspoel *B* door loopt. *T* = tussentransformator; betekenis der overige letters als in fig. 11.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

vermijding van kromtrekken. Aan de rand wordt een hardheid van 64 Rockwell bereikt, op 1,5 mm afstand van de rand 60 Rockwell, terwijl in het midden de hardheid 15 Rockwell blijft.

Fig. 14. Spanningsvrij maken van de rand van geponste schijven (flenzen van filmspoelen) door uitgloeien. A = schijf die op het punt is de behandeling te ondergaan. B = werkspoel. K = neerklapbare ring, waarmee de schijf wordt vastgeklemd.

Gloeien

Bij bewerkingen als forceren en dieptrekken, die meestal in ettelijke stappen geschieden, wordt vaak het werkstuk te hard. Het moet dan worden uitgegloeid. Vooral als dit plaatselijk moet geschieden, biedt de inductieve verhitting voordelen. Als voorbeeld zij vermeld de rand van reflectoren, die moet worden omgekraald. *Fig. 14* laat een ander voorbeeld zien: hier wordt de rand van geponste schijven (flenzen van filmspoelen) gedurende 7 sec inductief verhit, waardoor de spanningen die bij het ponsen zijn ontstaan, worden opgeheven.

Solderen

Het inductief verhitten kan zo vlug in zijn werk gaan dat er nagenoeg geen oxydatie van het werkstuk optreedt. Daardoor is deze methode zeer geschikt voor het solderen, voor welke bewerking (zowel hard- als zachtsolderen) zij dan ook reeds op grote schaal wordt toegepast. Soldeerverbindingen die bij verhitting met een vlam verscheidene minuten verwarmingstijd vergen, kunnen met inductief verhitten in enkele seconden tot stand worden gebracht.

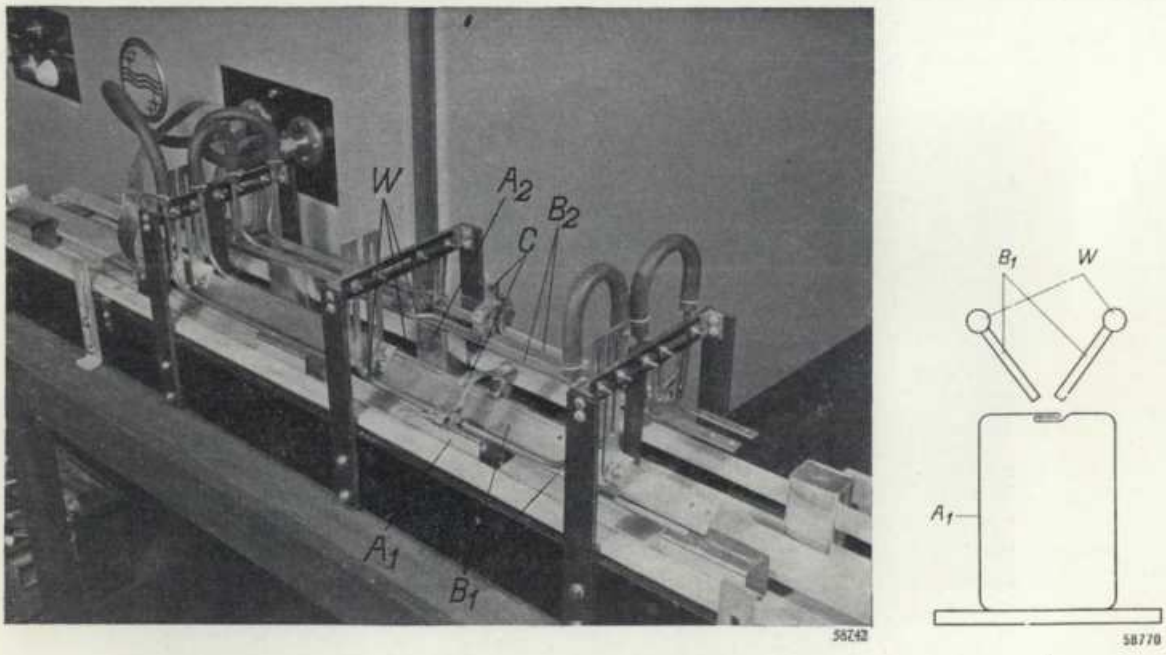


Fig. 15. *a*) Solderen van blikken busjes, die op een transportband onder de werkspoel door worden gevoerd. De bussen A_1 worden gesoldeerd volgens de langsnaad, bij A_2 wordt het deksel er op gesoldeerd. De werkspoel voor A_1 bestaat uit de schuin geplaatste strippen B_1 (zie ook de bij (*b*) afgebeelde dwarsdoorsnede), die voor A_2 uit horizontale strippen B_2. De werkspoelen worden gekoeld door een buis met stromend water (W). De schuine stand van B_1 bevordert een gunstige stroomverdeling (stroom geconcentreerd aan de smalle, naar het werkstuk toe gekeerde zijden van de strippen). Met verplaatsbare brugstukken C kan de lengte van de werkspoelen worden ingesteld.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Van betekenis bij een bewerking als solderen is ook het reeds vermelde feit dat de krachten op het werkstuk klein zijn, mits men met een voldoend hoge frequentie werkt. Het plaatsen van het werkstuk in de spoel is dan zeer eenvoudig; dikwijls kan het met de hand geschieden, of wel de werkstukken kunnen op een transportband worden aangevoerd zonder dat zij — ook al zijn zij licht — door de electrodynamische kracht worden verplaatst.

Fig. 15 toont een opstelling voor het zachtsolderen van blikken doosjes. Voor bijzonderheden verwijzen wij naar het onderschrift.

Smelten

Wegens de korte smelttijden die zich met inductieve verhitting laten bereiken (bijv. 10 tot 15 minuten) is deze methode bij uitstek geschikt voor het smelten van legeringen waarbij het nauwkeurig aankomt op de samenstelling. In deze korte tijd immers heeft de smelt weinig gelegenheid met de atmosfeer te reageren en kunnen eventuele vluchtige bestanddelen er slechts in geringe mate uit verdwijnen.

In noot [1]) haalden wij reeds een artikel aan dat de installatie beschrijft waarmee te Eindhoven magneetstaal en andere legeringen worden gesmolten. De capaciteit van deze inrichting bedraagt 200 kg staal per uur. De zendbuis (TA 20/250) kan 250 kW afgeven en werkt met een frequentie van 5000 tot 10 000 per/sec. Na het in gebruik nemen van deze installatie zijn ook elders soortgelijke inrichtingen geplaatst.

Met deze voorbeelden moge hier worden volstaan. Zoals reeds gezegd, zijn de mogelijkheden van inductieve verhitting bij lange na niet uitgeput en wordt allerwege nog naar nieuwe toepassingen gezocht. Men kan dan ook als zeker aannemen dat de industrie zich in toenemende mate van deze nieuwe techniek zal gaan bedienen.

Samenvatting. Inductieve verhitting heeft met capacitieve verhitting gemeen dat de warmte in het object ontstaat, in tegenstelling tot wat het geval is bij de meeste andere verhittingswijzen. Voor een eenvoudig geval wordt een formule afgeleid voor het rendement van de werkspoel, waardoor de wisselstroom loopt die in het werkstuk de verwarmingsstroom induceert. Uit deze formule blijkt o.a. dat men, om met een goed rendement te kunnen werken, de frequentie zo hoog moet kiezen dat de indringdiepte in het werkstuk niet groter is dan een achtste van de diameter van het werkstuk. Door deze kleine indringdiepte is de warmte-ontwikkeling beperkt tot een dunne laag aan het oppervlak, een feit waarvan bij vele toepassingen profijt wordt getrokken. Tevens wordt aangetoond, dat, bij een gegeven vermogen, de electrodynamische kracht op het werkstuk kleiner is naarmate men de frequentie hoger kiest. — Na een korte behandeling van buisgeneratoren voor inductieve verhitting worden enige toepassingen besproken: oppervlakteharden, gloeien, solderen en smelten.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

DE SEIGNETTE-ELECTRICITEIT VAN TITANATEN

door G. H. JONKER en J. H. van SANTEN. 621.319.412.4

Sommige scheikundige verbindingen, waaronder het seignettezout (KNa-tartraat) het langst als zodanig bekend is, vertonen, als diëlectricum tussen de platen van een condensator geplaatst, merkwaardige gedragingen, die herinneren aan de eigenschappen van ferromagnetische stoffen. In de laatste tijd is gebleken dat ook titanaten, zoals bariumtitanaat, een dergelijk „seignette-electrisch" gedrag laten zien. In het laatste geval kan dit gedrag theoretisch bevredigend worden verklaard. Wegens de hoge waarde van de diëlectrische constante vinden bedoelde titanaten toepassing bij de constructie van kleine condensatoren met relatief grote capaciteit.

Inleiding

Het is bekend dat ferromagnetische materialen zoals ijzer en ijzerlegeringen, nikkel, enz. het volgende gedrag vertonen. Bij temperaturen die beneden een zekere kritische temperatuur (Curietemperatuur) T_c liggen, vertonen de bedoelde stoffen een spontane magnetisatie. Deze magnetisatie neemt met toenemende temperatuur eerst langzaam en daarna steeds sneller af en wordt ten slotte nul als $T = T_c$.

Een gegeven stuk van een ferromagnetisch materiaal bevat meestal een groot aantal gebiedjes (gebiedjes van Weiss), ieder met een eigen spontane magnetisatie. Daar deze magnetisatie nog allerlei richtingen kan aannemen, is de totale magnetisatie bij afwezigheid van een uitwendig magnetisch veld in de regel nul of althans veel kleiner dan overeenkomt met de spontane magnetisatie van een enkel gebiedje.

Bij het aanleggen van een uitwendig magnetisch veld H vindt een herorientering van de spontane magnetisatie in de verschillende gebiedjes plaats, ten gevolge waarvan reeds in een betrekkelijk zwak veld het materiaal als geheel plotseling een vrij sterke magnetisatie vertoont en dus per volume-eenheid een aanzienlijk magnetisch moment J verkrijgt. Het verband tussen dit magnetische moment J en het uitwendige veld H is in het algemeen niet lineair en niet eenduidig. Gaat men uit van een aanvankelijk onmagnetisch stuk ferromagnetisch materiaal, dan treedt, als H van nul tot grote waarden aangroeit, meestal een sterke, later een minder sterke stijging van J op en ten slotte verzadiging, waarbij J een eindwaarde J_s bereikt. Laat men nu H weer tot nul afnemen, dan daalt ook J, echter zijn de waarden van J bij dalende H in het algemeen hoger dan bij stijgende H, zodat, als $H = 0$ is geworden, J een zekere restwaarde (remanentie) J_r vertoont (*fig. 1a*).

Laat men H periodiek tussen een grote positieve en een grote negatieve waarde oscilleren, dan beschrijft het punt dat in een H-J diagram de toestand van het materiaal weergeeft, een zogenaamde hysteresislus (fig. 1*b*)[1]). Bij het eenmaal doorlopen van de hysteresislus wordt per volume-eenheid in het materiaal energie ten bedrage van $\oint H dJ$ in warmte omgezet (hysteresisverliezen).

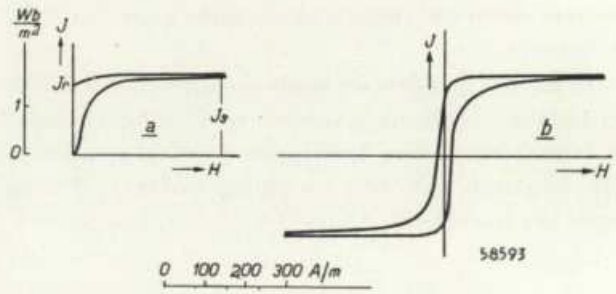


Fig. 1. Magnetisch moment J per volume-eenheid als functie van het uitwendig veld H, voor een ferromagnetische stof (ijzer), *a*) statisch, *b*) in een wisselveld (hysteresislus).

Boven de kritische temperatuur T_c, welke bijvoorbeeld voor zuiver ijzer 760 °C (1033 °K) bedraagt, zijn de bedoelde stoffen paramagnetisch, dwz. in een uitwendig magnetisch veld H geplaatst verkrijgen zij een magnetisch moment J per volume-eenheid dat evenredig is met H:

$$J = \varkappa H \,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

waarin [2])

$$\varkappa = (\mu_r - 1)\,\mu_0 \,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

[1]) Zie bijv. ook J. J. Went, Philips techn. T. **10**, 247-256, 1948, No. 8.

[2]) Eenvoudigheidshalve denken wij ons hierbij het materiaal in de vorm van een ring die omwonden is met draad (toroïde). In dit geval treden namelijk geen complicaties op ten gevolge van „ontmagnetiserende krachten". μ_r is de relatieve permeabiliteit ten opzichte van vacuum; $\mu_0 = 4\pi/10^7$ henry/m. In dit artikel zijn de formules geschreven volgens het gerationaliseerde Giorgi-stelsel van electrische eenheden met absolute volt en ampère. Voor nadere bijzonderheden over dit stelsel raadplege men P. Cornelius, Philips techn. T. **10**, 79-86, 1948, No. 3 en Philips Res. Rep. **4**, 232-237, 1949, No. 3.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

De grootheid μ_r is afhankelijk van de temperatuur T volgens een formule van de gedaante:

$$\mu_r - 1 = \frac{A}{T - T_c}, (T > T_c) \ldots . \quad (3)$$

waarin A een constante voorstelt. Men ziet hieruit, dat μ_r sterk toeneemt naarmate T de temperatuur T_c nadert, zodat T_c inderdaad als een kritische temperatuur mag worden beschouwd.

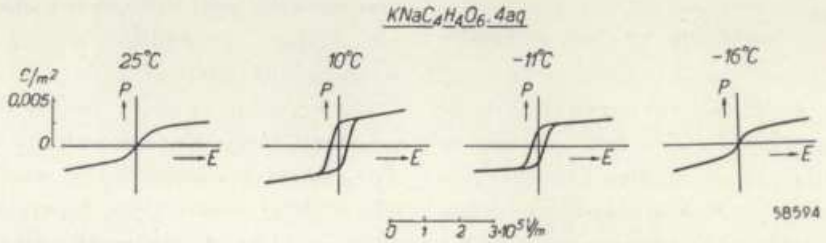


Fig. 2. Verband tussen P en E voor seignettezout bij verschillende temperaturen. (Ontleend aan: J. Hablützel, Helv. Phys. Acta **12**, 489, 1939.)

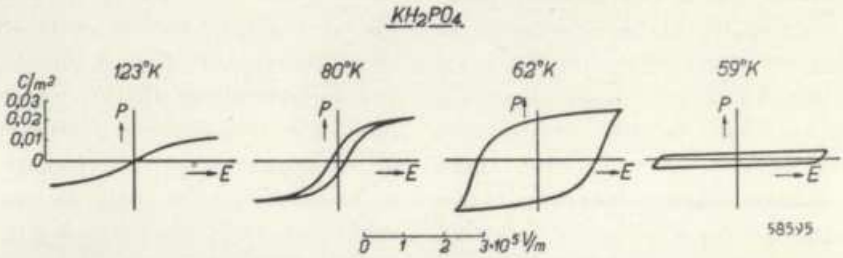


Fig. 3. Verband tussen P en E voor KH_2PO_4 bij verschillende temperaturen. (Ontleend aan: G. Busch en E. Ganz, Helv. Phys. Acta **15**, 501, 1942.)

Er bestaat nu een zekere analogie tussen een magnetisch materiaal (magneticum) geplaatst in een uitwendig magnetisch veld, en een diëlectrisch materiaal (diëlectricum of kortweg: electricum) geplaatst in een uitwendig electrisch veld.

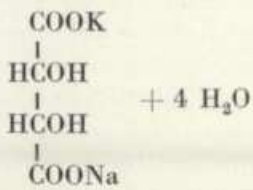
In een vlakke condensator, waarbij de ruimte tussen de platen met een electricum is gevuld, bestaat in de meeste gevallen evenredigheid tussen het electrische moment P per volume-eenheid en de veldsterkte E:

$$P = \chi E, \ldots . \quad (4)$$

waarin [3])

$$\chi = (\varepsilon_r - 1)\,\varepsilon_0 \ldots . \quad (5)$$

Een medium dat zich volgens (4) gedraagt en waarbij χ een constante is, zou men, in analogie met het magnetische geval, „para-electrisch" kunnen noemen. In de regel zal χ een functie zijn van de temperatuur. Terwijl nu in vele gevallen de verandering van χ met T slechts gering is, komen er ook gevallen voor waarin χ zeer sterk van de temperatuur afhangt en bij een bepaalde temperatuur ϑ een hoge piekwaarde vertoont. Stoffen die het aangegeven gedrag vertonen, laten soms bij temperaturen lager dan ϑ een aan ferromagnetische stoffen herinnerend gedrag zien, in zoverre als bij dergelijke stoffen het verband tussen P en E dan niet meer lineair is, terwijl tevens hysteresis optreedt. Men pleegt te zeggen, dat zulke stoffen een „electrisch Curiepunt" bezitten en noemt ze wel seignette-electrisch. De stof nl. waarbij dit (1918) het eerst werd gevonden, is het kalium-natriumtartraat of seignettezout:



Dit heeft een Curiepunt bij $T = 300$ °K (27 °C), waarbeneden hysteresis optreedt. Een reeks andere stoffen met een dergelijk abnormaal gedrag zijn KH_2PO_4 en verwante verbindingen, zoals KH_2AsO_4, RbH_2PO_4, enz. In het geval van KH_2PO_4 ligt het Curiepunt bij 124 °K. In *fig. 2* en *3* is zowel voor seignettezout als voor KH_2PO_4 de hysteresisfiguur (P-E diagram) voor een aantal temperaturen afgebeeld.

[3]) ε_r is de zg. relatieve diëlectrische constante van het medium. Deze is voor vacuum 1 en voor andere media meestal > 1. De waarde van ε_0 is $10^7/4\pi c^2 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ farad/m. Het verband tussen P, E en de lading per eenheid van oppervlakte (electrische fluxdichtheid) D wordt gegeven door

$$D = \varepsilon_0 E + P.$$

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Men ziet uit fig. 2 dat bij seignettezout bij lagere temperaturen het niet-lineaire verband tussen P en E en de hysteresislus weer gaan verdwijnen. Men zegt dan ook, dat deze stof behalve het gewone of „bovenste" Curiepunt (27 °C) ook nog een „onderste" Curiepunt heeft (−19,5 °C). Bij KH_2PO_4 treedt iets dergelijks op, zie fig. 3, maar toch staat de zaak daar iets anders. Bij 58 °K verdwijnt wel het niet-lineaire gedrag, maar in dit geval moet men de rechte lijn die het verband tussen P en E aangeeft, als een in verticale zin platgedrukte hysteresislus beschouwen. Wij gaan echter op deze bijzonderheden niet verder in en houden ons uitsluitend bezig met het gewone of bovenste Curiepunt.

Oorzaken van ferromagnetisme en van seignette-electriciteit

Het bijzondere gedrag van ferromagnetische stoffen wordt toegeschreven aan het feit dat de electronen, doordat ze in de atomen een baan beschrijven en bovendien om hun as wentelen („spinnen"), elementaire magneetjes (dipolen) zijn. In het geval van paramagnetisme worden deze elementaire magneetjes (eenvoudigheidshalve als spinvectoren aangeduid) door een uitwendig veld gericht, terwijl de temperatuurbeweging tracht deze ordening te verstoren. De spontane magnetisatie in het geval van ferromagnetisme komt tot stand door een energiewinst, die ontstaat als alle spinvectoren evenwijdig worden gericht. Dit is niet alleen het gevolg van de magnetische wisselwerking tussen de elementaire magneetjes (deze is daarvoor te klein), maar van een extra energiewinst, die alleen langs quantummechanische weg kan worden verklaard. Volgens deze theorie, waarop wij hier niet verder kunnen ingaan, kan men ook min of meer inzien waardoor bij bepaalde stoffen deze extra wisselwerking groot genoeg is om tot ferromagnetisme te leiden en bij andere stoffen niet.

Het gedrag van seignettezout moet eveneens aan in het materiaal aanwezige dipolen worden toegeschreven, welke hier echter van electrische aard zijn. Deze electrische dipolen zijn niet het gevolg van de eigenschappen der electronen, maar van de rangschikking der ionen in het kristal. Het kristalrooster van het seignettezout bevat namelijk H^+-ionen, die asymmetrisch geplaatst zijn tussen negatieve zuurstofionen. Dit heeft tot resultaat dat electrische dipolen aanwezig zijn. De bedoelde dipolen nu hebben de neiging elkaar te richten en wel is in dit geval de energie der dipoolkrachten wèl voldoende om dit richteffect te verklaren. De spontane electrisatie heeft hier dan ook een ander karakter dan de magnetisatie in het magnetische geval.

Bariumtitanaat en verwante verbindingen

Wij zullen thans een groep van verbindingen bespreken wier gedrag in vele opzichten overeenkomt met dat van seignettezout, maar waarbij de verschijnselen gemakkelijker zijn te overzien en te verklaren, omdat deze verbindingen een zeer eenvoudige (kubische) kristalstructuur vertonen. In de jaren 1940-1945 is namelijk gevonden [4]) dat verbindingen van TiO_2 met oxyden van tweewaardige metalen, bijv. $BaTiO_3$ en $PbTiO_3$ en mengkristallen hiervan, als functie van de temperatuur een hoge piek in de waarde van ε_r vertonen, terwijl andere, soortgelijke verbindingen, zoals $SrTiO_3$ en $CaTiO_3$ evenals TiO_2 zelf, tot aan het absolute nulpunt toe een sterke toeneming van ε_r met afnemende temperatuur laten zien [5]).

De bereiding van de boven bedoelde titanaten geschiedt langs keramische weg: mengsels van TiO_2 en bijvoorbeeld $BaCO_3$ worden samen gemalen, in de gewenste vorm geperst en in een oven bij 1300 à 1400 °C gesinterd. Het röntgenografisch onderzoek wijst uit dat de omzetting dan volledig verloopt. De bereiding van $PbTiO_3$ is iets moeilijker omdat bij het sinteren een deel van het PbO verdampt. Aan de grote stabiliteit der keramisch bereide stoffen is het te danken dat men van hun zeer hoge diëlectrische constante ook voor practische toepassingen gebruik kan maken, terwijl dit bij seignettezout en verwante stoffen niet goed mogelijk was. Aan het slot zullen hierover nog enkele woorden worden gezegd.

De diëlectrische constante der titanaten als functie van de temperatuur

Het gedrag van de diëlectrische constante van $BaTiO_3$ als functie van T is vrij gecompliceerd. Zoals uit *fig. 4* blijkt, heeft ε_r bij $BaTiO_3$ een zeer hoog maximum ($\varepsilon_r \approx 10\,000$) bij $T = 396$ °K (123 °C) en twee kleinere maxima in de buurt van $T = 10$ °C en −70 °C. Vooral het hoofdmaximum is, wat zijn hoogte en breedte betreft, zeer gevoelig voor de sintergraad en voor de zuiverheid van het materiaal. De temperatuur ϑ van het hoofdmaximum vormt de grens tussen twee temperatuurgebieden, waarin de electrische en andere eigenschappen zeer verschillend zijn.

In het gebied $T > \vartheta$ is de temperatuurcoëfficient van de diëlectrische constante negatief. In dit

---

[4]) B. Wul, Dielectric constants of some titanates, Nature **156**, 480, 1945; Willis Jackson en W. Reddish, High permittivity crystalline aggregates, Nature **156**, 717, 1945; E. Wainer, High titania dielectrics, Trans. Electrochem. Soc. **89**, 331-356, 1946; A. von Hippel, R. G. Breckenridge, F. G. Chesley en L. Tisza, High dielectric constant ceramics, Indust. Eng. Chem. **38**, 1097-1109, 1946.

[5]) E. J. W. Verwey en R. D. Bügel, Philips techn. T. **10**, 232-239, 1948, No. 8.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

gebied kan men ε_r als functie van T weergeven door de eenvoudige formule:

$$\varepsilon_r = \frac{A'}{T-\vartheta}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

waarin A' een constante voorstelt. Formule (6) is geheel analoog aan formule (3), die voor het

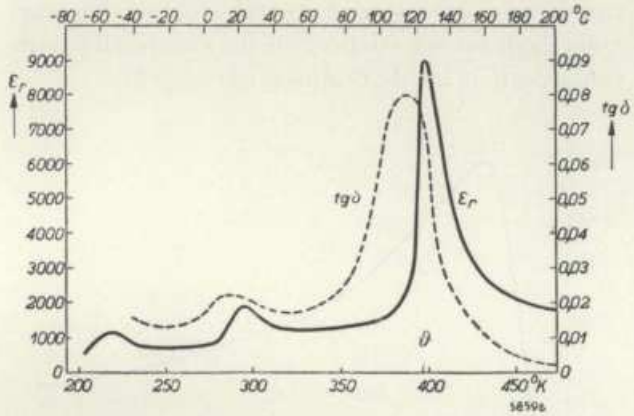


Fig. 4. De diëlectrische constante ε_r en de verliesfactor tg δ van $BaTiO_3$ als functie van de temperatuur bij lage veldsterkte (1000 V/m).

magnetische geval geldt. (Dat in formule (6) ε_r staat, in plaats van $\varepsilon_r - 1$, is onbelangrijk, aangezien we hier diëlectrica beschouwen waarbij $\varepsilon_r \gg 1$.)

Ook de andere titanaten en TiO_2 vertonen in een zeker temperatuurgebied eenzelfde gedrag; hierbij is de waarde van de constante A' steeds ongeveer even groot, nl. ca $1{,}0 \cdot 10^5$, echter is de waarde van ϑ van geval tot geval verschillend. Voor $BaTiO_3$ bedraagt zij 396 °K, voor $PbTiO_3$ 800 °K, voor $SrTiO_3$ ongeveer 0 °K. Voor $CaTiO_3$ en TiO_2 geldt een soortgelijke formule, echter met een negatieve waarde van ϑ. Daar T steeds positief is, vertonen $SrTiO_3$, $CaTiO_3$ en TiO_2 dus in het gehele temperatuurgebied ($T > 0$ °K) het gedrag dat $BaTiO_3$ boven 396 °K vertoont.

De bovengenoemde titanaten vertonen alle dezelfde kristalstructuur. Zij kunnen in alle verhoudingen mengkristallen vormen, die men kan verkrijgen door passende mengsels samen te sinteren.

Onderzoekt men bijvoorbeeld mengkristallen van $BaTiO_3$ en $SrTiO_3$, dan blijkt dat er een ongeveer lineair verband bestaat tussen de mengverhouding en de piektemperatuur ϑ (*fig. 5*).

Door van mengsels van $BaTiO_3$ en $SrTiO_3$ uit te gaan, is men dus in staat de piektemperatuur bij elke gewenste temperatuur tussen 396 °K en 0 °K te leggen, zodat men bijvoorbeeld de eigenschappen in de nabijheid van $T = \vartheta$ bij kamertemperatuur kan bestuderen en toepassen.

Formule (6) geldt ook voor de mengkristallen. De constante A' heeft hierbij wederom nagenoeg dezelfde waarde.

Het behoeft geen betoog dat in het maximum van ε_r ($T = \vartheta$) formule (6) niet meer opgaat, daar zij zou leiden tot de waarde $\varepsilon_r = \infty$. In het gebied van enkele graden boven $T = \vartheta$ tot de hoogste in aanmerking komende temperaturen geldt echter formule (6).

In het gebied $T > \vartheta$ zijn de diëlectrische verliezen, indien T ver genoeg boven ϑ gekozen wordt, tamelijk klein. De temperatuurcoëfficient van de diëlectrische constante is sterker negatief, naarmate T tot ϑ nadert. Daar nemen ook de verliezen sterk toe.

Electrisch gedrag voor $T < \vartheta$

Voor de titanaten die een positieve waarde van ϑ bezitten en waarvoor de diëlectrische constante dus een hoog maximum vertoont (zie fig. 4), zijn de diëlectrische eigenschappen in het gebied $T < \vartheta$ geheel anders dan die in het gebied $T > \vartheta$. De temperatuurcoëfficient in het gebied $T < \vartheta$ is positief of negatief, en absoluut genomen in het algemeen minder groot dan in het gebied $T > \vartheta$. De verliezen zijn in dit gebied groot. Dit hangt samen met het feit dat in het gebied $T < \vartheta$ een niet-lineair verband tussen P en E blijkt te bestaan en hysteresis blijkt op te treden. Door een en ander vertonen in dit temperatuurgebied de genoemde stoffen een sterke overeenkomst met ferromagnetische stoffen en met seignettezout.

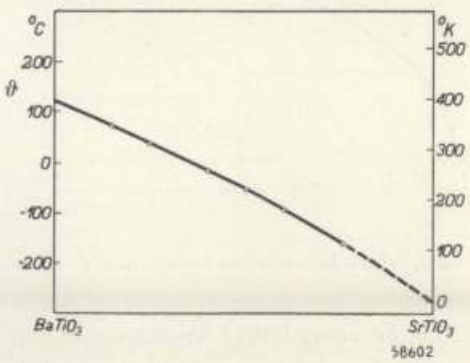


Fig. 5. Piektemperatuur ϑ als functie van de mengverhouding bij mengkristallen van $BaTiO_3$ en $SrTiO_3$.

Bevindt zich het materiaal onder de genoemde omstandigheden als electricum tussen de platen van een condensator, dan is de lading Q van de condensator niet meer evenredig met het potentiaalverschil V tussen de electroden. In plaats van een

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

eenvoudige Q-V figuur [6]) als weergegeven in *fig. 6a* krijgen we hier een hysteresislus te zien (fig. 6*b*).

Het bepalen van de hysteresisfiguur volgens een statische methode is niet gemakkelijk, doordat de

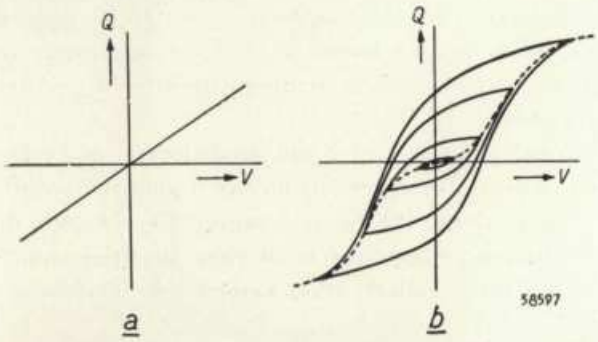


Fig. 6. Lading Q van een condensator met $BaTiO_3$ als electricum, als functie van het potentiaalverschil V, *a*) in het gebied $T > \vartheta$, *b*) in het gebied $T < \vartheta$. De stippellijn stelt de „maagdelijke" kromme voor (schematisch).

ontstane ladingen, voorzover zij aan het oppervlak van het kristal aanwezig zijn, meestal snel weglekken. De metingen worden dan ook doorgaans uitgevoerd met behulp van wisselspanningen van verschillende amplitude. De „maagdelijke" kromme is te bepalen door uit te gaan van de onderstelling dat de uiteinden van alle hysteresislussen op deze kromme liggen (zie de stippellijn, fig. 6*b*). Deze bepaling gaat het eenvoudigst volgens de later te noemen methode met de kathodestraaloscillograaf.

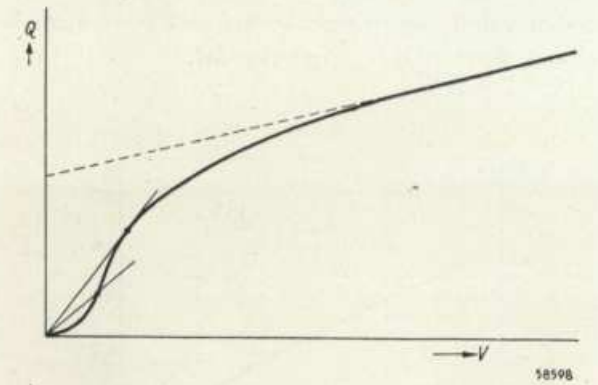


Fig. 7. De maagdelijke kromme van een titanaat (schematisch).

In *fig. 7* is de maagdelijke kromme van een titanaat nog eens afzonderlijk getekend. De beginhelling is van dezelfde orde van grootte als de bij de hoogste bereikbare spanningen gevonden helling. We kunnen de lading en dus ook de polarisatie van het electricum opvatten als te bestaan uit een deel dat lineair afhankelijk is van de veldsterkte, en een ander deel, dat bij een bepaalde veldsterkte verzadigd raakt.

Het gevolg van de bijdrage van het verzadigbare deel is, dat de effectieve diëlectrische constante, bepaald door het quotient van de ladings- en de spanningsamplitude, met toenemende amplitude van de wisselspanning eerst sterk stijgt en dan langzaam daalt tot een eindwaarde die van dezelfde orde van grootte is als de beginwaarde (*fig. 8*).

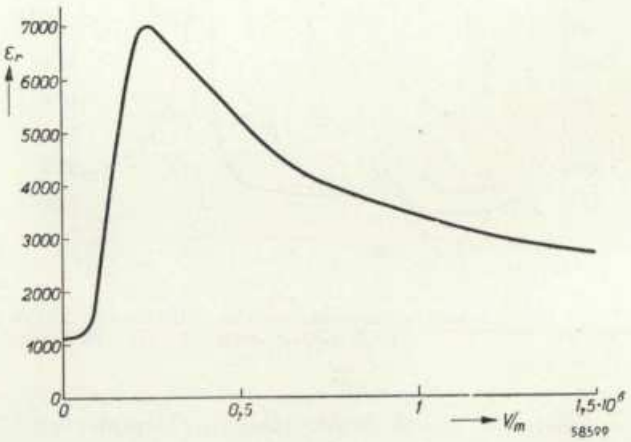


Fig. 8. Effectieve diëlectrische constante van een titanaatmengkristal ((87,5% Ba, 12,5% Sr) TiO_3, $T = 20$ °C) als functie van de wisselspanningsamplitude.

In tegenstelling tot de effectieve diëlectrische constante is de reversibele diëlectrische constante (helling van een klein hysteresislusje, uitgaande van een willekeurig werkpunt), betrekkelijk weinig van de omstandigheden afhankelijk. Zij is ongeveer gelijk aan de aanvangswaarde der diëlectrische constante (helling van een rondom de oorsprong, $Q = 0$, $V = 0$, beschreven hysteresislusje).

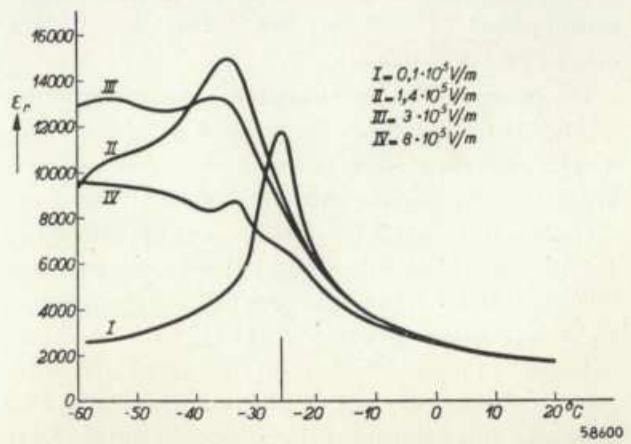


Fig. 9. Aanvangswaarde (kromme *I*) en effectieve waarde ε_{eff} der diëlectrische constante voor verschillende waarden van de wisselspanningsamplitude, als functie van T (voor het mengkristal (55% Ba, 45% Sr) TiO_3).

[6]) Het potentiaalverschil V is evenredig met E, de lading Q met D, dus met ε_r. Weliswaar is P evenredig met $\varepsilon_r - 1$ (zie noot [3])), doch in ons geval is steeds $\varepsilon_r \gg 1$. Derhalve is het Q-V diagram practisch gelijk aan het eerder beschouwde P-E diagram.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Zoals uit fig. 6*b* reeds kan worden afgeleid, is de ε_r-T kromme van fig. 4 in het gebied $T < \vartheta$ afhankelijk van de gebruikte wisselspanning. De kromme van fig. 4 stelt de aanvangswaarde voor en geldt voor kleine veldsterkte (< 1000 V/m). Meet men bij hogere wisselspanning, dan krijgt men de effectieve diëlectrische constante te zien en hierdoor verandert het deel van de kromme voor $T < \vartheta$ sterk (*fig. 9*), terwijl ook de verliezen sterk toenemen.

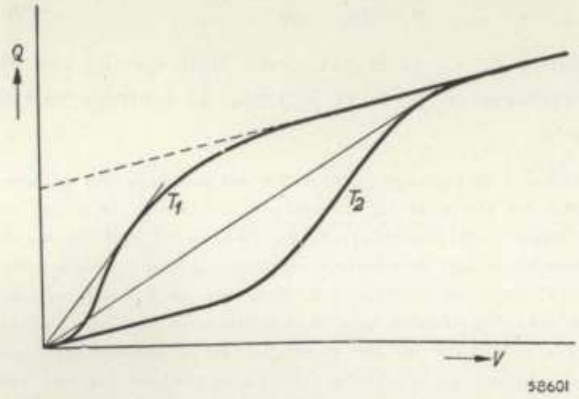


Fig. 10. Maagdelijke kromme van een titanaat (schematisch) bij twee temperaturen ($T_1 > T_2$).

Men ziet hieruit dat men bij lagere temperaturen een hogere veldsterkte nodig heeft om de maximale ε_r te bereiken. Dit volgt ook uit *fig. 10*, waarin voor twee temperaturen de maagdelijke kromme getekend is.

Uitvoering van het onderzoek van het diëlectrische gedrag

Een belangrijk deel van het onderzoek geschiedt met de kathodestraaloscillograaf, waarmee men de hysteresislus kan afbeelden. Voor de werking van de schakeling verwijzen wij naar *fig. 11* en het bijbehorende onderschrift.

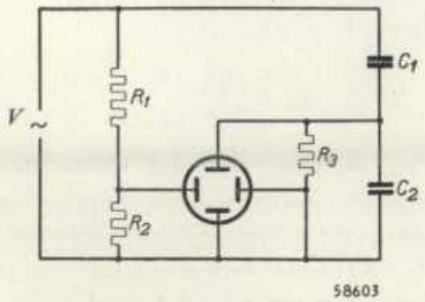


Fig. 11. Schakeling voor het onderzoek van de electrische hysteresis (C. B. Sawyer en C. H. Tower, Phys. Rev. **35**, 269, 1939). De horizontale afbuigspanning is direct evenredig met de totale spanning V en dus practisch ook met de spanning op de condensator C_1 met het te onderzoeken electricum, aangezien $C_2 \gg C_1$ (C_2 is een hulpcondensator met normaal electricum). De verticale afbuigspanning V_2 is evenredig met de lading van C_2 en dus ook met de lading van C_1, aangezien $Q_2 = Q_1$.

De condensator C_1 (fig. 11), die de te onderzoeken stof bevat, is in een paraffinebad geplaatst, dat op verschillende temperaturen gebracht kan worden. De overgang van de hysteresislus in een lineaire karakteristiek bij $T = \vartheta$ is op deze wijze duidelijk waar te nemen. Fotografische opnamen hiervan ziet men in *fig. 12*. In *fig. 13* is op de platen van de condensator behalve een wisselspanning van

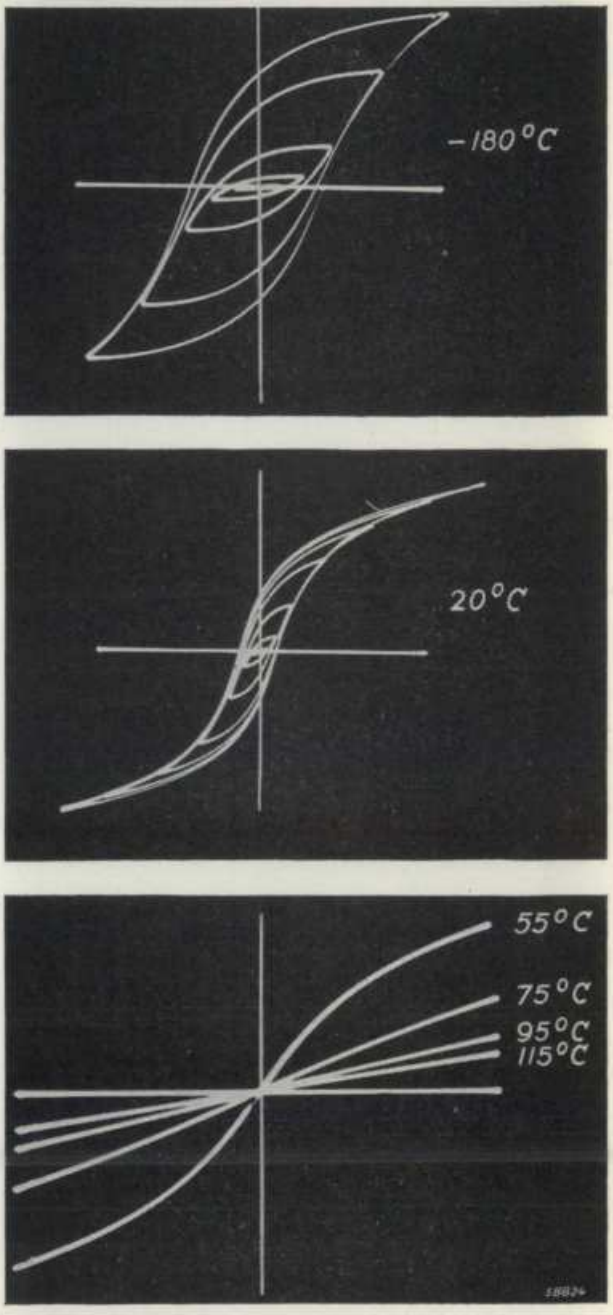


Fig. 12. Fotografische afbeelding van het Q-V diagram van een mengkristal (79% Ba, 21% Sr) TiO_3 bij verschillende temperaturen en verschillende wisselspanningsamplituden, opgenomen met de kathodestraaloscillograaf. Bij -180 °C is de hysteresislus zeer breed, bij 20 °C is hij smaller, bij het overgangspunt $\vartheta \approx 55$ °C vallen beide takken practisch samen, terwijl eerst bij nog iets hogere temperatuur een rechte karakteristiek wordt verkregen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

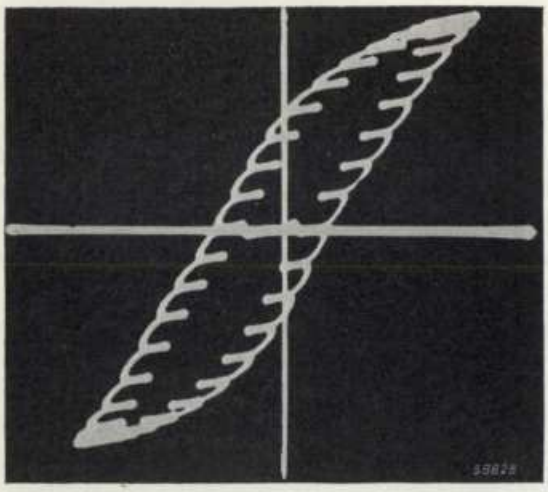


Fig. 13. Fotografische afbeelding van een hysteresislus van $BaTiO_3$ met parasitaire lusjes, welke door hun helling de reversibele diëlectrische constante aangeven; bovendien is in het snijpunt van de assen een lusje te zien, dat de aanvangswaarde der diëlectrische constante vertoont.

50 per/sec ook een kleine wisselspanning gezet met een frequentie die een veelvoud is van 50 per/sec (in casu 1750 per/sec), waardoor de reversibele diëlectrische constante zichtbaar wordt. Tevens is in het snijpunt van de assen een beeldje weergegeven met een zeer kleine amplitude, waarvan de helling dus overeenkomt met de aanvangswaarde van de diëlectrische constante.

Duidelijk komt in fig. 13 uit, dat er tussen de helling van het aanvangslusje, die van de reversibele lusjes en de eindhelling van de grote hysteresislus weinig verschil is.

Verklaring van het bijzondere gedrag der titanaten

Wat zijn nu de oorzaken van het merkwaardige gedrag van de diëlectrische constante der titanaten? Bezien we allereerst het gebied $T > \vartheta$. Volgens Clausius-Mosotti en Lorentz geldt:

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{1}{3\varepsilon_0} N\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Hierin stelt N het aantal titanaat-„moleculen" per volume-eenheid voor en α de som van de polariseerbaarheden van alle ionen in het molecuul [7]). Duiden wij de grootheid $(1/3\varepsilon_0)\, N\alpha$ aan met p, dan is

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = p, \quad \text{of} \quad \varepsilon_r = \frac{2p + 1}{1 - p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

De grootheid p is in alle vaste stoffen van de orde 1, maar meestal aanzienlijk kleiner dan 1. Was $p = 1$, dan zou $\varepsilon_r = \infty$ worden. Het afwijkende gedrag der titanaten is nu juist te verklaren uit de omstandigheid dat voor deze stoffen de grootheid p een waarde heeft die toevallig weinig van 1 verschilt.

In het onder [5]) aangehaalde artikel is er reeds op gewezen dat de grootheid p opgebouwd kan worden gedacht uit verschillende bijdragen, volgens de formules

$$\alpha = \alpha_e + \alpha_i + \ldots, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9a)$$

$$p = p_e + p_i + \ldots, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9b)$$

waarin $p_e = (1/3\varepsilon_0)\, N\alpha_e$ de bijdrage is van de electronen en $p_i = (1/3\varepsilon_0)\, N\alpha_i$ de bijdrage van de ionen.

Behalve de bijdrage α_e tot α, die het gevolg is van de deformatie der atomaire electronenwolken onder invloed van een electrisch veld (electronenpolarisatie), en de bijdrage α_i, die samenhangt met de relatieve verplaatsing van de ionen in een kristal onder invloed van een uitwendig veld, moet men ook nog rekening houden met de mogelijkheid van een bijdrage tot de polarisatie die het gevolg is van de aanwezigheid van vaste dipolen in het kristal, die onder invloed van het veld gericht worden. Ook bij $BaTiO_3$ in het gebied $T < \vartheta$ moet, zoals nog nader beschreven zal worden, de aanwezigheid van dipolen worden ondersteld. Voor de verklaring van het gedrag der titanaten in het gebied $T > \vartheta$ is het echter niet nodig de aanwezigheid van permanente dipolen te onderstellen, dit in tegenstelling met seignettezout, waarbij zowel bij $T < \vartheta$ als bij $T > \vartheta$ dipolen een rol spelen.

Belangrijk is nog het volgende: naast de bijdragen tot α die afkomstig zijn van de electronen en van de ionen, is er bij de titanaten, ook als men permanente dipolen buiten beschouwing laat, een extra bijdrage ten gevolge van het feit dat wel is waar het rooster een kubische structuur heeft, maar toch sommige ionen in het rooster (O^{2-}-ionen) niet kubisch-symmetrisch door andere ionen omringd zijn. Men kan aantonen [8]) dat dit tot een vergroting van α aanleiding geeft en dus tot een extra verhoging van de waarde van p, zodat men kan schrijven $\alpha = \alpha_e + \alpha_i + \alpha_{as}$, waarin α_{as} de correctieterm ten gevolge van de asymmetrische omringing voorstelt, en dus ook $p = p_e + p_i + p_{as}$.

De bijdrage p_e kan men afzonderlijk berekenen, daar volgens Lorentz:

$$p_e = \frac{n_0^2 - 1}{n_0^2 + 2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

waarbij n_0 de naar oneindig kleine frequenties geëxtrapoleerde optische brekingsindex voorstelt. Deze bijdrage tot p heeft bijvoorbeeld voor $BaTiO_3$ de waarde 0,63, zodat er nog een bijdrage $p_i + p_{as}$ van 0,37 nodig is om $p = 1$ te maken.

Op zichzelf is de grote brekingsindex weer in verband te brengen met de grote dichtheid (vele

[7]) De formule geldt in deze vorm bij het gebruik van Giorgi-eenheden (α ... (A·sec·m²/V)). In cgs-eenheden krijgt men rechts: $(4\pi/3)\, N\alpha$ (α ... (cm³)).

[8]) G. H. Jonker en J. H. van Santen, Properties of barium titanate in connection with its crystal structure, Science **109**, 632-635, 1949. Zie ook J. H. van Santen en W. Opechowski, Physica **14**, 545-552, 1948, No. 10.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

gemakkelijk polariseerbare O^{2-}-ionen in een klein volume) en met het feit, dat de kristalabsorptie (die verantwoordelijk is voor breking en dispersie) bij $BaTiO_3$ en verwante verbindingen bij tamelijk lage frequenties gelegen is.

Om de hoge waarde van p_i, de bijdrage der ionenverplaatsing onder invloed van een uitwendig electrisch veld, te begrijpen, is het nodig nader in te gaan op de kristalstructuur van de titanaten.

Kristalstructuur der titanaten

De verbindingen $CaTiO_3$, $SrTiO_3$, $BaTiO_3$, $PbTiO_3$ vertonen de zg. perofskiet-structuur, zo genoemd naar het mineraal perofskiet, $CaTiO_3$ (zie *figuur 14*). De kubische elementaire cel heeft Ca-ionen op de hoekpunten, O-ionen in het midden van de zijvlakken en een Ti-ion in het centrum.

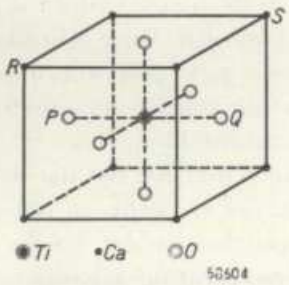


Fig. 14. Elementaire cel van perofskiet ($CaTiO_3$).

Goldschmidt [9]) heeft deze structuur reeds uitvoerig bestudeerd en opgemerkt dat verbindingen met de formule ABO_3 aan een voorwaarde moeten voldoen om volgens het perofskietrooster te kunnen kristalliseren. Deze voorwaarde is, dat de ionen passende afmetingen moeten hebben, wat geometrisch betekent dat de ribbe van de elementaire cel, berekend uit de ionenstralen volgens de lijn PQ, gelijk moet zijn aan de ribbe, berekend uit de diagonaal RS; met andere woorden:

$$r_A + r_O = (r_B + r_O)\sqrt{2},$$

waarin dus O het zuurstofion, B het titaniumion en A het aardalkali-ion voorstellen.

Goldschmidt beschrijft deze voorwaarde met een parameter

$$t = \frac{r_A + r_O}{(r_B + r_O)\sqrt{2}},$$

die voor de perofskietstructuur ongeveer gelijk aan 1 moet zijn. Deze eis is niet streng; bij de bekende perofskieten bestaat een spreiding in t van 0,80 tot 1,14. Is de waarde van t echter kleiner dan 0,80 of groter dan 1,14, dan kristalliseren de verbindingen ABO_3 volgens een ander kristaltype.

Indien t nu voldoet aan de voorwaarde $0{,}8 < t < 1{,}14$, dan kan de structuur nog van het zuiver kubische type van fig. 14 afwijken doordat een kleine vervorming van het rooster optreedt (tetragonaal en monoklien perofskiet). Toch blijkt althans in het tetragonale geval, dat bij voldoend hoge temperaturen de structuur zuiver kubisch wordt. Dit is bijvoorbeeld het geval bij $BaTiO_3$ voor $T > 396$ °K. Hierbij is $t > 1$, hetgeen beduidt, dat $r_{Ba} + r_O > (r_{Ti} + r_O)\sqrt{2}$, zodat het Ti-ion over een relatief grote ruimte in het kristal beschikt. Het is dus gemakkelijk verplaatsbaar en kan bij $BaTiO_3$ een grotere bijdrage tot p_i leveren dan bij de andere titanaten. Er bestaan nog een aantal mengkristallen van $BaTiO_3$ met andere perofskieten die dezelfde eigenschap vertonen.

Het overgangspunt

Bespreken we nu het gedrag bij het overgangspunt en beschouwen we daartoe weer $BaTiO_3$ boven 396 °K. Laat bijv. $p = 0{,}99$ zijn ($\varepsilon_r \approx 3000$, $T = 420$ °K). Wanneer nu de temperatuur daalt, zal de dichtheid van het kristal en dus N toenemen en daarmee ook p.

Een verandering van α met de temperatuur, waardoor eveneens p zou veranderen, kan, hoewel zij theoretisch denkbaar is, buiten beschouwing worden gelaten. Het blijkt namelijk dat, hoewel α_e, α_i, en α_{as} elk op zichzelf vermoedelijk van T afhangen, deze afhankelijkheden elkaar juist ongeveer compenseren, zodat men $d\alpha/dT \approx 0$ mag stellen.

Door deze geringe toeneming van p zal ε_r nu sterk aangroeien, immers volgens (8) is

$$\frac{d\varepsilon_r}{dT} = \frac{d}{dT}\left(\frac{2p+1}{1-p}\right) = \frac{3}{(1-p)^2}\cdot\frac{dp}{dT}. \quad . \quad (11)$$

Dit verklaart ook de grote negatieve temperatuurcoëfficient der diëlectrische constante (zie het in [5]) aangehaalde artikel).

Naarmate ε_r toeneemt, is er een kleiner uitwendig veld nodig om een zekere polarisatie van het kristal te veroorzaken. Als $p = 1$, heeft zelfs een oneindig klein uitwendig veld reeds een eindige polarisatie ten gevolge. Dit komt daarin tot uiting dat de toestand van het kristal nu labiel is; met andere woorden: als $p = 1$, is de kubische rangschikking waarvan wij uitgingen niet meer de meest stabiele. Er treedt een spontane polarisatie op, die gepaard gaat met dipoolvorming (gelijktijdige verschuiving van alle Ti-ionen) en met een kleine deformatie van de oorspronkelijk kubische elementaire cel.

[9]) Zie bijv.: H. D. Megaw, Proc. Phys. Soc. **58**, 133-152, 1946.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

De temperatuur waarbij $p = 1$, stelt dus een kristallografisch overgangspunt voor. Beneden deze temperatuur behoudt $BaTiO_3$ weliswaar nog het perofskiettype, echter is de elementaire cel nu niet meer zuiver kubisch maar een weinig tetragonaal vervormd, zij heeft de gedaante van een vierzijdig prisma. Dit blijkt ook uit *fig. 15*, waar de assenverhouding van de elementaire cel als functie van T grafisch is voorgesteld.

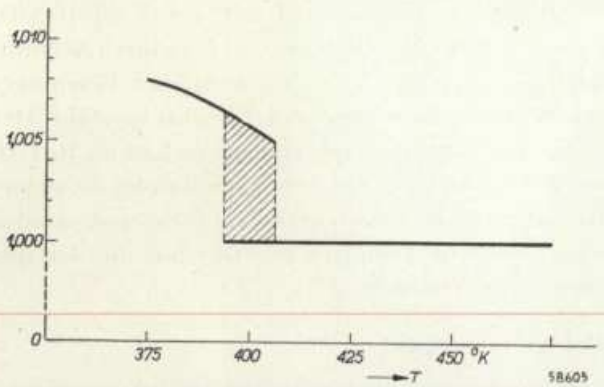


Fig. 15. Verloop van de assenverhouding van $BaTiO_3$. (Volgens metingen van M. G. Harwood, P. Popper en D. F. Rushman, Nature **160**, 58, 1947.)

Het blijkt dat bij deze overgang een oorspronkelijk kubisch eenkristal meestal overgaat in een agglomeraat van tetragonale gebiedjes. Elk van deze gebiedjes is spontaan gepolariseerd.

De oorzaak der hysteresis

In een kristal waarin de boven beschreven spontaan gepolariseerde gebiedjes optreden, zal naar buiten geen electrisch veld worden waargenomen, omdat de richting van de polarisatie volgens de wetten der waarschijnlijkheid over de verschillende mogelijke richtingen verdeeld zal zijn. Bij het aanleggen van een electrisch veld zal niet alleen het normale polarisatie-mechanisme optreden, maar bovendien zullen sommige gebiedjes ten koste van andere vergroot worden, zodat een volumepolarisatie ontstaat. Deze polarisatie blijft bestaan als het uitwendige veld wordt weggenomen, zodat het verschijnsel der remanentie optreedt en bij wisselvelden een hysteresislus beschreven wordt.

Een op deze wijze behandeld kristal zal dus een macroscopisch moment kunnen vertonen, met andere woorden het zal een „electreet" kunnen zijn. In werkelijkheid zal men daar niet lang iets van merken, omdat spoedig langs het oppervlak ladingen vloeien, die het veld van de inwendige ladingen compenseren. Inwendig kan de polarisatietoestand echter wel degelijk (soms zelfs onbepaald lange tijd) blijven bestaan. Zij heeft o.a. tot gevolg, dat een zg. geïnduceerd piëzo-electrisch effect optreedt [10]).

Aangezien de inhoud $\oint E dP$ van de hysteresislus evenredig is aan de door de electrische krachten verrichte arbeid, is het duidelijk dat in het temperatuurgebied waarin hysteresis voorkomt, tevens grote verliezen optreden, vooral indien de stof aan een sterk wisselveld wordt blootgesteld.

Toepassing in condensatoren

Als men $BaTiO_3$ en mengsels hiervan met andere titanaten in condensatoren wil toepassen en daarbij wil profiteren van de grote waarde van ε_r, wordt de sterke afhankelijkheid van de diëlectrische constante van de temperatuur als een nadeel ondervonden. In het zuivere $BaTiO_3$ is ε_r slechts tamelijk constant tussen 30 °C en 80 °C en heeft dan een waarde van ongeveer 1200; men zou echter gaarne gebruik willen maken van de nog veel hogere waarden die in de buurt van de overgangstemperatuur bereikt worden. Door gebruik te maken van mengkristallen van titanaten kan men deze overgangstemperatuur immers practisch bij iedere gewenste temperatuur brengen.

Er blijft dan echter het feit dat de gewenste zeer hoge waarden van ε_r slechts in een klein temperatuurgebied optreden en dat binnen dat gebied ε_r sterk van de temperatuur afhangt.

Hieraan kan men in de eerste plaats tegemoet komen door bij de titanaatmengsels vreemde stoffen te mengen. De breedte van de piek, die in zuivere titanaten van de orde van 20 à 30 °C is, kan dan op 40 à 50 °C worden gebracht, zij het een weinig ten koste van de hoogte van het maximum.

Een verdere verbreding van het gebied waarin ε_r een hoge waarde heeft, kan men bereiken door een combinatie van twee geschikte mengkristalsoorten met verschillende verhoudingen van $SrTiO_3$ en

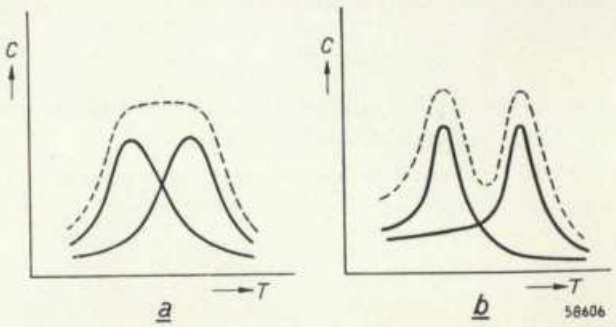


Fig. 16. Schematische voorstelling van het resultaat van de parallelschakeling van condensatoren met een verschillende waarde van de piektemperatuur. *a*) Vrij brede pieken dicht bij elkaar, *b*) smallere pieken verder van elkaar.

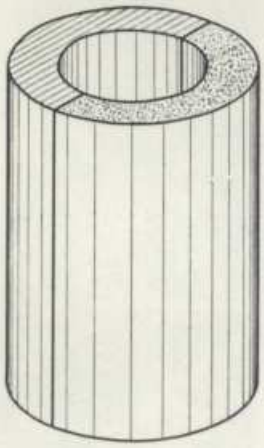
[10]) Zie bijv. J. C. B. Missel, Philips techn. T. **11**, 145-150, 1949, No. 5.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

$BaTiO_3$, die elk als electricum in een afzonderlijke condensator worden geplaatst. Men is het voordeligst uit als men deze condensatoren parallelschakelt. Het hangt geheel af van de aan de samengestelde condensator te stellen eisen, hoever men de pieken der twee mengkristallen uit elkaar wil nemen (*fig. 16*).

Als uitvoeringsvorm kan men het voor keramische condensatoren gewone buisvormige type kiezen, waarbij de gevormde buis voor een deel uit het ene en voor een deel uit het andere mengsel bestaat (zie *fig. 17*). Het is uiteraard niet te vermijden dat men hierbij de titanaten gebruikt in een temperatuurgebied waarin de beschreven hysteresisverschijnselen en hoge verliezen optreden. Daardoor is de toepassingsmogelijkheid van deze condensatoren enigszins beperkt en zijn zij niet geschikt om te worden gebruikt in afgestemde kringen, maar wel bijvoorbeeld als koppelcondensator.



58607

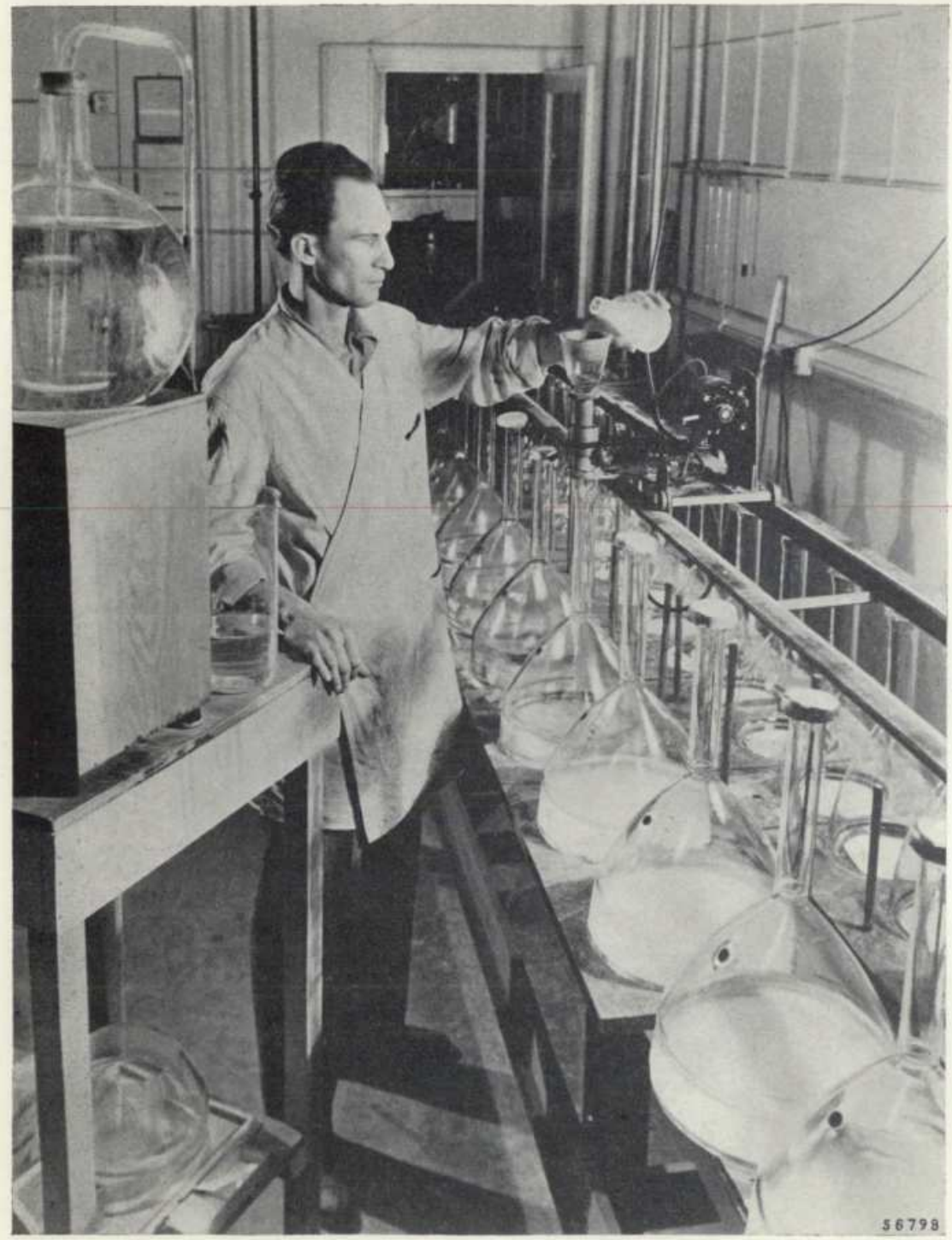
Fig. 17. Electricum van een buisvormige condensator waarbij twee titanaatmengsels parallel zijn geplaatst.

Samenvatting. De voornaamste eigenschappen van ferromagnetische stoffen worden kort besproken in verband met het feit dat zekere scheikundige verbindingen zoals $KNaC_4O_6$ 4 aq. (seignettezout) en KH_2PO_4 in een electrisch veld een gedrag vertonen dat sterk aan het ferromagnetisme herinnert. Van belang is hierbij vooral de grote waarde van ε_r, analoog aan de grote waarde van μ_r bij ferromagnetische materialen. Verder treedt, analoog aan ferromagnetische materialen, beneden een zekere kritische temperatuur, afhankelijkheid van ε_r van de veldsterkte en hysteresis op. Een soortgelijk gedrag vindt men bij bariumtitanaat en verwante verbindingen. In het laatste geval zijn de verschijnselen wegens de betrekkelijk eenvoudige kristalstructuur theoretisch gemakkelijk te overzien. De theoretische verklaring van het gedrag der titanaten wordt in grote lijnen aangegeven, terwijl tevens wordt aangetoond hoe men de bij deze stoffen optredende zeer hoge waarde van de diëlectrische constante kan benutten voor de constructie van condensatoren die in een zeker temperatuurgebied een vrij constante grote capaciteit moeten bezitten, gepaard aan zo klein mogelijke afmetingen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

AANBRENGEN VAN HET LUMINESCENTIESCHERM IN TELEVISIEBUIZEN



Het luminescentiescherm van kathodestraalbuizen voor televisie moet zeer homogeen zijn. Schermen die hieraan voldoen, verkrijgt men door afzetting van deeltjes van het gewenste mengsel van luminescerende stoffen uit een dispergerende vloeistof op de volgende manier. De buis wordt enige cm hoog met een zuivere vloeistof gevuld, en in de hals van de buis wordt een van onderen gesloten, roterende glazen trechter geplaatst, welks steel rondom van kleine gaatjes is voorzien. In de trechter wordt een geconcentreerde oplossing van het gewenste mengsel gegoten, die, in de steel naar beneden stromend, in fijne stralen door de gaatjes naar buiten spuit en aldus gelijkmatig over het oppervlak van de vloeistof wordt verspreid. Op deze wijze wordt de vereiste homogene verdeling der deeltjes in de vloeistof gewaarborgd. (Foto uit de fabriek te Dobbs Ferry, N.Y., van North American Philips Co., Inc.)

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

DE KEURING VAN PARTIJEN DOOR MIDDEL VAN STEEKPROEVEN

door H. C. HAMAKER.

620.113.2:658.573

Als de lezer zou willen nagaan of dit tijdschrift veel drukfouten bevat, zou hij stellig niet het gehele tijdschrift nauwkeurig gaan controleren, doch hij zou — een steekproef nemen. Steekproeven zijn dan ook een heel gewoon ding; zij komen in het leven van iedereen voor en worden vaak zonder veel nadenken gehanteerd. Waar echter steekproeven worden ingeschakeld om de gang van de fabricage van massa-artikelen en het resultaat daarvan te controleren, kunnen zowel met de uitvoering der steekproeven als met de beoordeling der uitkomsten grote bedragen gemoeid zijn. Het is derhalve zaak een goed inzicht te verkrijgen in de factoren die bij het organiseren van een steekproefcontrôle een rol spelen.

Veelvuldig komen we in de fabriekspractijk voor het probleem te staan een partij goederen aan een keuring te onderwerpen, ten einde na te gaan of deze goederen aan de gestelde eisen voldoen en dus kunnen dienen voor het doel waarvoor zij dienen moeten. Veelal zal het echter economisch niet verantwoord zijn iedere eenheid uit de partij een keuring te doen ondergaan, zodat men zal wensen te volstaan met het nemen van een steekproef. De vraag doet zich dan voor hoe groot deze steekproef moet zijn en welke eisen men aan het keuringsresultaat van deze steekproef moet stellen, opdat met redelijke zekerheid kan worden vastgesteld of de partij „goed" of „slecht" is. Hieronder zullen enkele fundamentele aspecten van dit probleem worden besproken.

We zullen ons daarbij beperken tot het eenvoudige geval dat we te maken hebben met partijen die uit een aantal concrete eenheden bestaan — bijv. een partij schroeven, weerstanden, of gloeilampen —, welke daarenboven bij de keuring uitsluitend worden goedgekeurd of afgekeurd. Een afgekeurde eenheid noemen we een „uitvaller". Het percentage foutieve eenheden in een te keuren partij aanwezig, noemen we het „foutenpercentage".

Iedere te keuren partij bezit een foutenpercentage, dat ons in eerste instantie onbekend is, doch waaromtrent we door middel van een steekproef iets te weten willen komen. Op welke wijze kan dit het beste geschieden?

Grondslagen; de keuringskarakteristiek

Laten we, om onze gedachten zo veel mogelijk in een concrete vorm te gieten, een practisch voorbeeld kiezen. We ontvangen van een leverancier een grote partij, bijv. 100 000, kleine klinknagels. Voor een klinkverbinding is het een vereiste dat de klinknagel past in het nagelgat, en bij het leggen van de klinkverbinding zal men er dientengevolge hinder van ondervinden indien aan een klinknagel bramen zitten. Zouden in de ontvangen partij 5% of minder nagels met bramen voorkomen, dan zou ons dat nog weinig last bezorgen, doch een hoger percentage leidt tot merkbaar oponthoud bij het leggen van de klinkverbindingen en is dus ongewenst. We verlangen derhalve dat de partij niet meer dan 5% nagels met bramen bevat, en we wensen dit door middel van een steekproef na te gaan, aangezien het controleren van elke klinknagel afzonderlijk een volmaakt ongemotiveerde hoeveelheid arbeid zou vereisen.

De eenvoudigste wijze waarop een steekproefkeuring kan worden uitgevoerd, bestaat in het nemen van een „enkelvoudige steekproef": we nemen uit de partij een voorgeschreven aantal, n_0, klinknagels en we gaan na hoeveel hiervan bramen vertonen; het aantal n_0 heet de „steekproefgrootte".

Wil men nu op grond van de steekproef betrouwbare conclusies kunnen trekken ten aanzien van de partij, dan zal men er in de eerste plaats voor hebben te waken dat de steekproef met zorg wordt genomen. Het is immers zeer goed denkbaar dat de partij klinknagels producten bevat die door verschillende machines zijn vervaardigd, en die dientengevolge voor een verschillend percentage bramen bezitten. Wordt de gehele partij in één zak aan ons afgeleverd, dan kan het gebeuren, dat onder in deze zak een groter gehalte aan nagels met bramen is terecht gekomen dan bovenin. Een steekproef gemakshalve uitsluitend boven uit de zak genomen, geeft dan een te gunstig beeld en is niet representatief voor de partij in haar geheel.

Het is daarom een vereiste dat de steekproef is samengesteld uit nagels die uit vele verschillende plaatsen, zowel boven- als onderin de zak, zijn genomen. In het ideale geval zou men telkens één klinknagel uit de partij nemen en dan de partij

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

grondig dooreenroeren alvorens de volgende trekking plaats vindt; zo gaat men door tot de steekproef voltallig is. In de practijk is dit niet uitvoerbaar, doch men zal het ideaal trachten te benaderen door de steekproeven samen te stellen uit bijv. 5 tot 10 grepen, opzettelijk op verschillende plaatsen uit de partij genomen. Bij de verder volgende beschouwingen wordt steeds stilzwijgend ondersteld dat dergelijke voorzorgsmaatregelen in acht worden genomen.

Laten we nu eens onderstellen dat we in een op de juiste wijze getrokken steekproef van 200 stuks 6 klinknagels met bramen hebben aangetroffen, dat is dus 3%. Het oordeel dat we op grond van dit gegeven over de partij kunnen vellen, kan in tweeerlei vorm worden gegoten.

Daar we 3% uitval in de steekproef hebben gevonden, is het duidelijk dat de partij niet vrij van fouten is. En het is eveneens duidelijk dat het foutenpercentage in de partij vermoedelijk niet hoger dan, laten we zeggen, 20% zal zijn; want ware dat het geval, dan zou het hoogst onwaarschijnlijk zijn dat we maar 3% uitval in de steekproef zouden hebben aangetroffen. Het resultaat van de steekproef stelt ons dus kennelijk in staat een uitspraak te doen over het foutenpercentage in de partij. Dit foutenpercentage zal ergens in de buurt liggen van de 3%, doch we mogen, aangezien we slechts een steekproef hebben onderzocht, niet aannemen dat het nu juist precies gelijk zal zijn aan 3%. Binnen welke grenzen mogen we nu, het steekproefresultaat gegeven, aannemen dat het foutenpercentage ligt, en wat is de betrouwbaarheid van ons oordeel?

Hoewel de wiskundige statistiek op deze vraag een duidelijk antwoord geeft, zullen we dit aspect van het steekproefprobleem hier buiten beschouwing laten, omdat de wijze waarop de vraag is geformuleerd niet aansluit op de problemen waarvoor men zich in de meeste practische gevallen ziet gesteld. Men koestert namelijk in de fabriek de begrijpelijke wens aan de controlerende instantie een duidelijk voorschrift te geven: neem een steekproef groot n_0 stuks; keur de partij goed indien hier niet meer dan c_0 klinknagels met bramen worden aangetroffen, en keur haar af indien dit aantal wordt overschreden. Het getal c_0 zullen we het „criterium" noemen. Het is nu gebleken dat, om de consequenties van een dergelijk voorschrift op een juiste wijze te waarderen, het doelmatiger is het probleem niet te stellen zoals hierboven is geschied, doch het uit een enigszins andere gezichtshoek te bekijken.

We draaien daartoe het probleem in zekere zin om. We vragen niet welke conclusie we uit één steekproef kunnen trekken betreffende het onbekende foutenpercentage in de partij, doch we onderstellen voorlopig dat we dit foutenpercentage kennen, en vragen ons af tot welk resultaat we komen indien we een partij met een bekend foutenpercentage herhaalde malen volgens een bepaald „steekproefschema" (bepaald door de steekproefgrootte n_0 en het criterium c_0) aan een keuring onderwerpen.

Dit kunnen we gemakkelijk experimenteel onderzoeken. We nemen hiertoe bijv. enige duizenden kartonnen schijfjes van 1 cm diameter, waarvan een klein percentage als „fout" wordt gemerkt en daarna grondig met de rest gemengd. Uit de aldus kunstmatig geconstrueerde partij met bekend percentage fouten trekken we vervolgens een aantal steekproeven en we tellen in ieder van deze het aantal fouten dat zij bevatten. Het resultaat van een dergelijk experiment is weergegeven in *tabel I*, waarbij de kolommen betrekking hebben op partijen met een verschillend percentage gemerkte schijfjes, dus met een verschillend foutenpercentage.

Tabel I. *a*) Het aantal uitvallers gevonden in tien achtereenvolgende steekproeven van 200 stuks, getrokken uit eenzelfde partij. De verschillende kolommen geven de resultaten voor zes verschillende partijen, ieder met een ander foutenpercentage. *b*) Uitslag der steekproeven, indien een aantal van hoogstens 6 uitvallers als toelaatbaar wordt beschouwd. *c*) De theoretische goedkeurkans der zes partijen, bij het gebezigde steekproefschema ($n_0 = 200$, $c_0 = 6$).

Foutenpercentage	1%	2%	3%	4%	5%	6%
a) Aantal uitvallers in elke steekproef	1 1 1 1 0 3 0 2 1 2	4 9 2 3 5 8 4 6 4 6	6 5 6 7 10 9 7 15 9 4	5 6 13 6 6 8 9 2 9 7	14 14 8 9 10 9 14 11 8 5	8 11 16 6 11 9 14 8 19 14
b) Goedgekeurd Afgekeurd	10× 0×	8× 2×	4× 6×	5× 5×	1× 9×	1× 9×
c) Goedkeurkans P	0,995	0,889	0,606	0,313	0,130	0,046

We hebben nu in tabel I weliswaar ondersteld dat we tien maal een steekproef trokken uit één partij, hetgeen we in de practijk niet doen. Doch wij zouden hetzelfde resultaat hebben gekregen indien wij de tien steekproeven hadden getrokken uit tien verschillende partijen, alle met hetzelfde foutenpercentage. Aldus geïnterpreteerd, sluit tabel I

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

dichter bij de practijk aan. In de loop der tijd moeten vele partijen worden gekeurd en deze zullen onderling verschillen in het foutenpercentage dat zij bevatten. Hieronder zullen zo nu en dan ook partijen voorkomen met een foutenpercentage van 5%; de vijfde kolom van tabel I geeft dan de aantallen uitvallers die we achtereenvolgens in de steekproeven, uit tien van deze partijen getrokken, hebben kunnen aantreffen.

Zouden we nu, als boven ondersteld, van oordeel zijn dat partijen klinknagels met een foutenpercentage hoger dan 5% niet aanvaardbaar zijn, dan leert ons tabel I dat we niet mogen volstaan met de eis dat in de steekproef hoogstens 5% uitval mag worden aangetroffen, dwz. dat in een steekproef van 200 stuks hoogstens 10 uitvallers mogen voorkomen. Immers we zien in tabel I in de laatste kolom, die slaat op een partij met 6% fouten, dat in vier van de tien steekproeven minder dan 10 uitvallers worden gevonden. We zouden dus van tien partijen met een foutenpercentage van 6% er vier ten onrechte goedkeuren. We moeten dus kennelijk hogere eisen stellen aan de steekproef.

Laten we daarom eens onderzoeken wat er gebeurt als we slechts 3% uitval in de steekproef toelaten; onder de 200 stuks mogen dus hoogstens 6 uitvallers voorkomen. Het resultaat dat dan zal worden verkregen, is onderaan in tabel I weergegeven. De tien partijen met 1% fouten worden alle goedgekeurd, van die met 2% fouten worden er twee geweigerd, etc.; de partijen met 5 en 6% fouten worden op één na alle afgekeurd. Dit beantwoordt veel beter aan onze verlangens.

De spelingen van het toeval komen verder duidelijk tot uiting. Van de partijen met een foutenpercentage van 3% worden er zes afgekeurd, van die met 4% echter slechts vijf.

Het geheel doet sterk denken aan een loterij. Voor iedere partij die we keuren, trekken we een lot; trekken we een prijs dan wordt de partij goedgekeurd, trekken we een niet dan wordt zij afgekeurd. Alleen is de kans een prijs te trekken afhankelijk van het foutenpercentage in de partij; zij wordt kleiner naarmate dit percentage toeneemt.

Bij de theoretische uitwerking van deze principes brengen we dit nu tot uitdrukking door aan iedere te keuren partij een kans toe te kennen dat zij zal worden goedgekeurd: de „goedkeurkans" P. Deze is, in overeenstemming met de beginselen van de waarschijnlijkheidsrekening, zo gedefinieerd dat zij steeds een getal is tussen 0 en 1. Bezit een partij een goedkeurkans = 0,30, dan wil dit zeggen dat deze partij, indien zij vele malen aan dezelfde keuring zou worden onderworpen, in 30% van de gevallen zou worden goedgekeurd, en dus in 70% der gevallen zou worden afgekeurd. Ligt het „steekproefschema", dwz. het voorschrift volgens hetwelk de steekproefkeuring wordt uitgevoerd, vast, dan kan de goedkeurkans op grond van de waarschijnlijkheidsrekening worden becijferd. Voor het steekproefschema $n_0 = 200$, $c_0 = 6$ zijn de aldus berekende goedkeurkansen onderaan in tabel I vermeld. Zet men de goedkeurkans uit tegen het foutenpercentage, dan krijgt men voor elk steekproefschema een andere kromme. De krommen voor enkele schema's zijn in *fig. 1* weergegeven; zij heten de „keuringskarakteristieken".

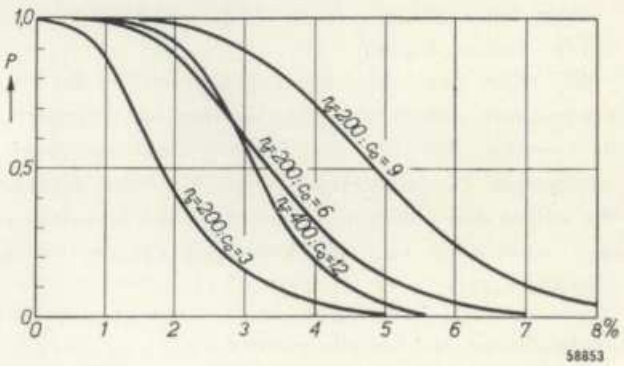


Fig. 1. Keuringskarakteristieken voor enige enkelvoudige steekproefschema's. Uitgezet is de goedkeurkans P van een partij als functie van het foutenpercentage in de partij; n_0 is de steekproefgrootte, c_0 het „criterium", d.i. het toegestane aantal uitvallers.

Houden we de steekproefgrootte hetzelfde doch variëren we het criterium, dan verschuift de karakteristiek naar hogere percentages naarmate we c_0 groter kiezen. Dit zouden we ook niet anders verwachten. Kiezen we een steekproefgrootte $n_0 = 200$ en een criterium $c_0 = 6$, dan laten we maximaal 3% uitval in de steekproef toe, en we zien dat in de buurt van dit percentage de karakteristiek haar steilste verloop toont. Houden we nu dit in de steekproef toegestane uitvalpercentage constant, doch vergroten we de steekproef, dan blijft de karakteristiek vrijwel op haar plaats doch zij toont een steiler verloop, zoals de kromme voor $n_0 = 400$, $c_0 = 12$ laat zien. Zouden we er in het limietgeval toe overgaan de gehele partij aan een keuring te onderwerpen, dan weten we exact hoe groot het foutenpercentage is en kunnen we met volle zekerheid beslissen of het groter of kleiner is dan we wensen toe te staan. De keuringskarakteristiek bestaat dan uit de horizontale lijn $P = 1$ voor foutenpercentages kleiner dan de toegelaten uitval, en de horizontale lijn $P = 0$ voor grotere foutenpercentages, deze beide lijnstukken verbonden door een verticale lijn bij het toegestane uitvalpercentage.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

In werkelijkheid is dit laatste natuurlijk een zuiver theoretisch geval, omdat we door een volledige keuring in staat worden gesteld alle foutieve exemplaren te verwijderen, zodat we een partij zonder fouten overhouden. In dit verband mag niet worden verzwegen dat ook bij de berekening van de in fig. 1 gegeven krommen een vereenvoudiging is toegepast. We hebben daarbij namelijk aangenomen dat de steekproef slechts een kleine fractie van de gehele partij omvat; de verbetering die steeds wordt teweeggebracht doordat in de steekproef een paar foutieve eenheden worden gevonden en verwijderd, kan dan worden verwaarloosd. Dit zijn echter details die aan de algemene strekking van ons betoog niets afdoen, en waarop we daarom niet verder zullen ingaan.

Bij wijze van samenvatting kunnen we uit het voorgaande besluiten, dat de keuringskarakteristiek de keuringsprestaties van een gegeven steekproefschema op overzichtelijke wijze in beeld brengt. We zullen dan ook bij onze verdere beschouwingen nog veelvuldig van de keuringskarakteristieken gebruik maken.

Verschillende steekproefsystemen

Tot dusverre hebben we uitsluitend gesproken over steekproefschema's, waaronder we de concrete voorschriften hebben verstaan volgens welke een steekproefkeuring moet worden uitgevoerd; en we beschouwden alleen enkelvoudige steekproefschema's, gekarakteriseerd door twee parameters, de steekproefgrootte n_0 en het criterium c_0. Voortaan zullen we alle enkelvoudige steekproefschema's samenvatten tot het „enkelvoudige steekproefsysteem".

Naast het enkelvoudige onderscheiden we nu nog andere steekproefsystemen, inzonderheid het „dubbele" en het „onbepaalde steekproefsysteem". Deze bieden het voordeel dat zij gemiddeld minder waarnemingen vereisen dan het enkelvoudige systeem, doch het nadeel dat de steekproefschema's iets gecompliceerder zijn. Over de keuze tussen deze systemen komen we later nog te spreken; in deze paragraaf willen we alleen het principe uiteenzetten waarop zij berusten, hetgeen het best aan de hand van een grafische voorstelling kan geschieden.

We zetten daartoe, zoals in *fig. 2*, langs de abscis van een rechthoekig assenkruis het totale aantal eenheden uit dat we op een gegeven moment hebben gekeurd, en langs de ordinaat het aantal uitvallers dat wij onder hen hebben aangetroffen. In dit diagram kunnen we nu het resultaat van een keuring, terwijl deze wordt uitgevoerd, stap voor stap volgen: voor ieder goed exemplaar gaan we één stap naar rechts, en voor iedere uitvaller die we vinden gaan we één stap naar rechts en één stap naar boven. Het verloop van de keuring wordt dan in detail weergegeven door een enigszins onregelmatig verlopend pad, het „toevalspad", waarvan de puntjes en de kruisjes in fig. 2 twee voorbeelden geven.

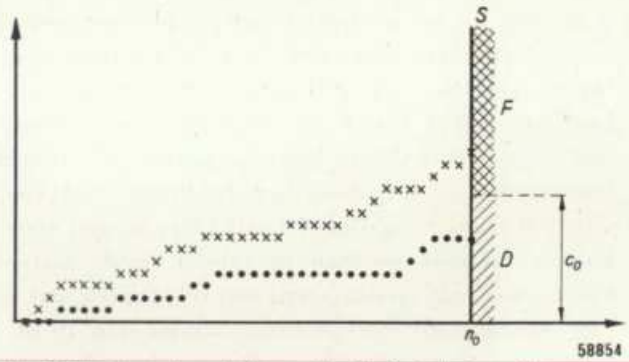


Fig. 2. Het toevalspad. Langs de abscis is het aantal onderzochte eenheden uitgezet, langs de ordinaat het aantal tijdens de keuring gevonden uitvallers. Bij een bepaalde partij schreed de keuring voort langs het door stippels aangegeven pad, bij een andere partij langs het kruisjes-pad. Het scherm S is opgericht bij de vastgestelde steekproefgrootte n_0. Komt het toevalspad uit op het segment D van het scherm, dan wordt de partij goedgekeurd, komt het uit op segment F, dan wordt de partij afgekeurd. c_0 is het „criterium".

Nemen we verschillende steekproeven uit eenzelfde partij, dan zullen de bijbehorende toevalspaden natuurlijk niet identiek hetzelfde verloop tonen, doch ze zullen gemiddeld wel in dezelfde richting lopen. Anderzijds zal, als we verschillende partijen keuren, naarmate het foutenpercentage hoger is, ook een groter aantal uitvallers in de steekproef voorkomen, en het toevalspad zal dientengevolge in een meer opwaartse richting verlopen; de kruisjes in fig. 2 behoren dus vrij zeker bij een slechtere partij dan de puntjes.

In een dergelijk diagram nu kunnen we ons handelen bij toepassing van verschillende steekproefsystemen op overzichtelijke wijze in beeld brengen. Het enkelvoudige steekproefsysteem komt bijv. daarop neer, dat we in het punt op de abscis overeenkomend met de steekproefgrootte n_0 een verticaal oprichten, die we volgens het criterium c_0 in twee segmenten, D en F, verdelen (fig. 2). We nemen nu een steekproef ter grootte n_0, en gaan na waar het toevalspad, waarlangs de keuring van deze steekproef is gelopen, eindigt. Eindigt het in het segment D, dan wordt de partij goedgekeurd, doch eindigt het toevalspad in F, dan wordt de partij afgekeurd.

Tot het „dubbele steekproefsysteem" komen we nu door in deze figuur niet één, maar twee

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

„schermen", S_1 en S_2, te plaatsen, waarvan het eerste een opening E bezit (*fig. 3*). Door middel van dit eerste scherm voeren we een voorselectie uit. We nemen eerst een steekproef ter grootte n_1, overeenkomend met het scherm S_1. Eindigt het toevalspad voor deze groep van n_1 stuks in het segment D_1, dan is het aantal gevonden uitvallers zó laag

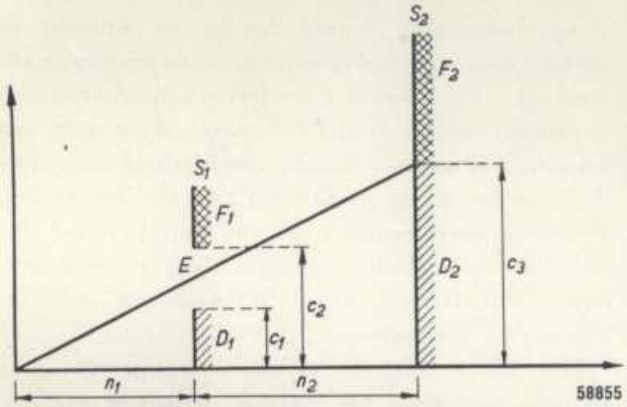


Fig. 3. De dubbele steekproef. Een scherm S_1 opgericht bij een steekproefgrootte n_1 levert een voorselectie. Alleen partijen welker toevalspad uitmondt in het venster E van dit scherm, tussen de criteria c_1 en c_2, moeten wegens de twijfelachtigheid van de uitslag nog verder gekeurd worden. Dit geschiedt door middel van een tweede steekproef, ter grootte n_2, met een eindscherm S_2 en criterium c_3.

dat de partij terstond kan worden geaccepteerd; eindigt het toevalspad in F_1, dan is de uitval in de eerste steekproef reeds zó hoog dat de partij terstond kan worden afgekeurd. Komen we echter in de opening E terecht, dan besluiten we dat het resultaat twijfelachtig is en dat het beter is nog meer gegevens te verzamelen; we nemen derhalve een tweede steekproef, groot n_2 stuks, en beoordelen de partij volgens het totale aantal uitvallers in de beide steekproeven tezamen gevonden, lettende op de segmenten D_2 en F_2 van het scherm S_2.

Tegenover het enkelvoudige steekproefsysteem biedt het dubbele systeem twee voordelen. Ten eerste is men in de practijk van nature geneigd een partij een tweede kans te geven indien een eerste keuring een twijfelachtig resultaat heeft opgeleverd. Aan deze natuurlijke neiging komt het dubbele systeem tegemoet. Ten tweede wordt een besparing in het aantal waarnemingen bereikt, doordat bij toepassing van een dubbel steekproefschema uitgesproken goede en uitgesproken slechte partijen reeds na de eerste steekproef worden onderkend. Een nadeel van het dubbele systeem daarentegen is dat het ingewikkelder is, hetgeen tot uitdrukking komt in het groter aantal gegevens dat ter kenschetsing van zulk een schema wordt vereist; namelijk twee steekproefgrootten, n_1 en n_2, en drie criteria, c_1, c_2 en c_3 (zie fig. 3).

Het ligt voor de hand dat we langs de weg die van het enkele naar het dubbele steekproefsysteem leidt, nog verder voort kunnen schrijden en drie-, vier-, of in het algemeen m-voudige steekproefsystemen kunnen ontwikkelen. Voortgezet tot in de limiet, leidt dit tot het „onbepaalde steekproefsysteem", dat wordt beschreven door twee evenwijdige lijnen, die het vlak in drie gebieden D, E, en F verdelen (*fig. 4*). De gebieden D en F kunnen worden opgevat als te zijn voortgekomen uit een oneindig aantal schermen S achter elkaar. Het principe nu is, dat we een keuring voortzetten totdat het toevalspad een van de grenslijnen B_d of B_f overschrijdt. Is het de lijn B_d dan wordt de partij goedgekeurd, is het de lijn B_f dan wordt zij afgekeurd. De grondgedachte welke tot de ontwikkeling van dit systeem heeft geleid, is geweest een steekproefmethode te vinden waarbij met het keuren wordt opgehouden zodra voldoende gegevens voor het vellen van een oordeel bijeen zijn gebracht: hierdoor kan een nog grotere besparing in het aantal waarnemingen worden bereikt dan met een dubbel of meervoudig syteem mogelijk is.

De benaming „onbepaald" brengt tot uitdrukking het feit dat aan het begin van de keuring het aantal te keuren eenheden onbepaald is; dit aantal hangt namelijk af van het resultaat dat bij de keuring wordt verkregen [1]).

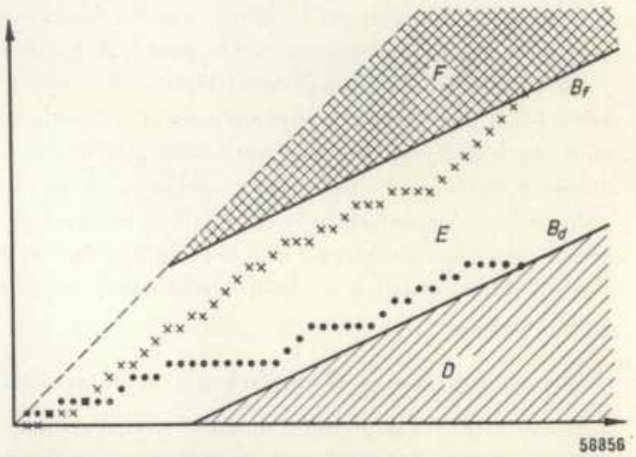


Fig. 4. De „onbepaalde" steekproef. Overschrijdt het toevalspad de grenslijn B_d dan wordt de partij goedgekeurd, overschrijdt het de lijn B_f dan wordt de partij afgekeurd. (Daar we de stapjes in verticale richting even groot maken als in horizontale richting, kan het toevalspad nooit boven de 45°-lijn komen. Dit gold ook reeds voor fig. 2 en 3.)

[1]) Het dubbele steekproefsysteem is het eerst systematisch toegepast door H. F. Dodge en H. G. Romig, terwijl het onbepaalde systeem (sequential sampling) tijdens de laatste oorlog gelijktijdig is ontwikkeld door A. Wald in de Verenigde Staten en door G. A. Barnard in Engeland. Zie H. F. Dodge en H. G. Romig, Single sampling and double sampling inspection tables, Bell System techn. J. **20**, 1-61, 1941. A. Wald, Sequential analysis, Wiley & Son, New York 1947; Ann. Math. Stat. **16**, 117-186, 1945. G. A. Barnard, J. Roy. Stat. Soc. Suppl. **8**, 1-27, 1946.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

In het bovenstaande hebben we aan de hand van het enkelvoudige steekproefsysteem het principe van de keuringskarakteristiek uiteengezet. Ook voor dubbele en onbepaalde steekproefschema's is het mogelijk keuringskarakteristieken te berekenen, en wanneer we dit uitvoeren dan krijgen we krommen die van hetzelfde type zijn als die in fig. 1. Het is zelfs mogelijk enkelvoudige, dubbele en onbepaalde steekproefschema's te construeren waarvan de karakteristieken nagenoeg geheel samenvallen. Dergelijke schema's zullen dan in de practijk, wat de goedkeuring of afkeuring van partijen betreft, gemiddeld hetzelfde resultaat geven: hun keuringsprestaties zijn gelijk, en we zullen ze daarom als „gelijkwaardig" betitelen. Deze gelijkwaardigheid slaat dan echter alleen op de practische keuringsprestaties, niet op de steekproefgrootte. Op grond van het voorgaande mogen we verwachten dat het dubbele steekproefschema gemiddeld met minder waarnemingen zal uitkomen dan het gelijkwaardige enkelvoudige, en het onbepaalde schema weer met minder dan het dubbele. Door systematische vergelijking van gelijkwaardige schema's zullen we kunnen uitmaken hoe groot het voordeel is dat met dubbele of onbepaalde schema's kan worden bereikt. In een volgend artikel zal deze gedachtengang nader worden uitgewerkt.

Men zou wellicht kunnen menen dat het onbepaalde systeem, omdat het het kleinste aantal waarnemingen verlangt, te allen tijde de voorkeur verdient; doch dit is geenszins het geval. Het onbepaalde systeem is administratief minder eenvoudig. Dit nadeel kan, als de waarnemingen niet kostbaar zijn, tegen het voordeel van het kleine aantal waarnemingen opwegen. Bovendien spelen bij de keuze van een steekproefschema, aangepast bij een gegeven practisch probleem, nog vele andere factoren een rol. Hierop willen we in de volgende paragraaf nader ingaan.

De keuze van een steekproefschema in de practijk

In situaties waar partijen voor een steekproefsgewijze keuring in aanmerking komen, kunnen we doorgaans duidelijk onderscheiden een „producent", die de partijen produceert, en een „afnemer". Deze laatste kan zijn een andere fabrieksafdeling of een andere fabriek, die de geleverde artikelen verwerkt als onderdelen van een meer gecompliceerd product, of ook de winkelier die ze zijnerzijds aan het publiek verkoopt. Producent en afnemer zullen beiden hun eisen stellen: de eerste zal verlangen dat door een steekproefkeuring slechts weinig goede partijen worden afgekeurd, de laatste verlangt dat geen slechte partijen zullen worden goedgekeurd. Bij de keuze van een steekproefschema zal men moeten trachten aan deze beide, in zekere mate tegenstrijdige, verlangens tegemoet te komen.

In gunstige gevallen kan het voorkomen, dat alle geproduceerde partijen „goed" en dus voor de afnemer aanvaardbaar zijn, en in ongunstige gevallen kan het gebeuren dat geen enkele partij „goed" is. Onder zulke omstandigheden kan een steekproefkeuring weinig baten; we kunnen de partijen òf ongekeurd afleveren, òf we moeten ze alle aan een 100% keuring onderwerpen. Steekproefkeuringen zullen derhalve vooral daar van nut kunnen zijn waar onder een meerderheid van „goede" partijen zo nu en dan een „slechte" voorkomt. De steekproefkeuring stelt ons dan in staat het merendeel der slechte partijen tijdig te onderkennen en uit te sluiten, of ze door een volledige keuring te corrigeren.

Het effect dat we met een steekproefkeuring kunnen bereiken, zal daarbij afhangen van de frequentie waarmede „slechte" partijen voorkomen; is niet meer dan 1% van de partijen „slecht", dan is minder resultaat te verwachten dan wanneer bijv. 10% „slecht" zijn. Ook is het van belang hoe groot het verschil tussen „goede" en „slechte" partijen is; is dit verschil relatief groot, dan is het betrekkelijk gemakkelijk door een steekproef „goed" van „slecht" te scheiden, doch is het verschil slechts gering dan zal een effectieve scheiding alleen door een steile keuringskarakteristiek, dus door een grote steekproef, tot stand kunnen worden gebracht. Het zijn factoren die we niet voor het kiezen hebben, die door voortdurende verbeteringen welke in de productiemethoden worden aangebracht aan verandering onderhevig zijn, die zich niet gemakkelijk door concrete waarneming laten bepalen, en die niettemin bepalend zijn voor de juiste keuze van een steekproefschema. We zijn hier doorgaans aangewezen op een juist gebruik van onze „ervaring".

Ook de kosten van een keuring zijn van belang. Bestaat de keuring in het nameten van een of enkele diameters met behulp van een kaliber, of in het visueel onderzoek naar de aanwezigheid van bramen, dan zijn de kosten betrekkelijk gering en zullen we op de grootte van de steekproef niet zo nauw behoeven te letten. Is de keuring destructief zoals bij het bepalen van een doorslagspanning of bij mechanische sterktemetingen, dan gaat iedere gekeurde eenheid verloren, en is dus beperking van de steekproefgrootte geboden; een dubbel of onbepaald steekproefschema is dan op zijn plaats. Weer anders is de situatie bij levensduurproeven. Ook bij deze is het gewenst zo weinig mogelijk eenheden te

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

moeten onderzoeken, doch bijv. het onbepaalde steekproefschema kan in dit geval niet worden toegepast, daar het bij zo'n schema essentieel is dat de eenheden nà elkaar aan de beurt komen; men zou dan veel te lang moeten wachten voor een keuring is voltooid.

Ten slotte moeten we ons voor ogen houden, dat het tijdig onderkennen en corrigeren van „slechte" partijen ten doel heeft de schade te voorkomen welke deze partijen ons zouden bezorgen indien zij ongecorrigeerd zouden worden doorgelaten. Ook in dit opzicht kunnen de practische omstandigheden zeer ver uiteenlopen. Electrisch slechte weerstanden of condensatoren leiden tot radio-apparaten die gebrekkig functionneren, en het achteraf opsporen en corrigeren van de ondeugdelijke elementen brengt hoge kosten met zich mede. Van dit soort fouten zal men slechts een zeer gering percentage kunnen tolereren. Ontbreekt aan dezelfde onderdelen echter een van de beide aansluitpolen, dan wordt dit bij de montage onmiddellijk geconstateerd en is de schade gering. Voor producten die voor de verkoop zijn bestemd gelden soortgelijke beschouwingen. Komt bijv. onder de gloeilampen die op de markt worden gebracht een zeker percentage voor waarbij de ballon niet geheel recht op de huls staat, dan zal de gebruiker dat meestal nauwelijks opmerken. Komt er echter onder de lampen een te hoog percentage met beneden-normale levensduur voor, dan zal het publiek er vroeger of later op reageren door naar een andere leverancier om te zien.

Bijeengenomen spelen dus bij de keuze van een steekproefschema een aantal economische factoren een rol, welke van geval tot geval binnen zeer wijde grenzen kunnen variëren en welke niet nauwkeurig in numerieke maatstaven kunnen worden uitgedrukt, doch welker relatieve betekenis we op grond van onze algemene ervaring hebben te waarderen.

Uit deze overwegingen kunnen we enkele conclusies trekken die voor de keuze van een steekproefschema van belang zijn. We kunnen het instellen van een steekproefkeuring zien als het afsluiten van een verzekering. De kosten van de regelmatig terugkerende keuring vormen de premie die wij betalen, ten einde ons tegen de eventuele schade, door niet tijdig ontdekte slechte partijen veroorzaakt, te dekken. Doch blijkens het bovenstaande ontbreken ons doorgaans de preciese gegevens op grond waarvan we de premie, dus de steekproefgrootte, nauwkeurig kunnen vaststellen. Dit houdt dan terstond in, dat het vinden van het juiste steekproefschema ten dele een kwestie is van proefondervindelijk onderzoek. Zulk een onderzoek zal zich veelal kunnen baseren op klachten die binnenkomen over de kwaliteit van de geleverde partijen. We moeten dan op grond van deze klachten, en gehoord de eisen die de afnemer stelt en de kwaliteit welke de producent zegt te kunnen leveren, een voorlopige keuze doen, waarbij de keuringskarakteristiek van verschillende steekproefschema's ons een leidraad verschaft. Daarna moet de practijk uitwijzen of deze keuze juist is geweest, dat wil zeggen of de klachten afnemen of zelfs geheel ophouden. Is dit niet het geval, dan zal men aan de hand van de, door de inmiddels uitgevoerde steekproefkeuringen aangevulde, ervaring het schema moeten wijzigen.

Uit het feit dat de verschillende economische factoren niet nauwkeurig zijn vast te leggen, kunnen we verder de conclusie trekken, dat de practijk ook niet erg gevoelig zal zijn. Voldoet bijvoorbeeld een steekproefsysteem met één der karakteristieken in fig. 1, dan zal een schema met een karakteristiek welke enigszins naar links of naar rechts verschoven is, of welke iets steiler of iets vlakker verloopt, practisch ook nog voldoen. Theoretisch moeten natuurlijk verschillen bestaan, doch deze zullen hoogstens naar voren komen in gedurende lange tijd bijgehouden aantekeningen over de frequentie en de aard van de klachten, die bij tijd en wijle nog eens voorkomen.

Blijkens het voorgaande kunnen we in grote trekken twee problemen onderscheiden. In de eerste plaats moeten we een keuze doen betreffende de ligging en de steilheid van de keuringskarakteristiek die moet worden verlangd; daarna moeten we een steekproefschema construeren hetwelk aan de gestelde verlangens voldoet. Streng gescheiden zijn deze problemen niet, want bij het kiezen van een karakteristiek zal men rekening moeten houden met het aantal waarnemingen dat voor het realiseren van deze karakteristiek vereist wordt. Aangezien het op een grote precisie in de karakteristiek niet aankomt, gaat men in de practijk gewoonlijk aldus te werk, dat men voor het vastleggen van de keuringskarakteristiek met slechts twee numerieke gegevens (parameters) van de kromme volstaat. De beide genoemde problemen bestaan dan hierin:

a) een keuze doen betreffende de voor te schrijven waarde van deze parameters, en
b) een steekproefschema vinden dat met deze parameterwaarden correspondeert.

Het zal daarbij van groot belang zijn voor het vastleggen der krommen een stelsel parameters te kiezen dat zich zo nauw mogelijk aansluit bij de fabriekspractijk. In dit opzicht is nog geen eenheid bereikt; in de loop der jaren zijn verschillende para-

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

metersystemen in omloop gebracht. Aan deze parametersystemen en de wijze waarop bij gegeven parameterwaarden een bijpassend steekproefschema kan worden gevonden, zal het volgende artikel zijn gewijd.

Samenvatting. Een partij goederen waarin een zeker aantal foutieve eenheden aanwezig zijn, kan men keuren met behulp van steekproeven volgens verschillende systemen. Het eenvoudigste is de enkelvoudige steekproef, die alleen gekenmerkt wordt door steekproefgrootte en criterium (het toegestane aantal uitvallers). Ingewikkelder zijn de meervoudige en de onbepaalde steekproefsystemen, waarbij echter in het algemeen minder eenheden behoeven te worden onderzocht. Het artikel geeft de belangrijkste gezichtspunten weer volgens welke de doeltreffendheid van een gegeven steekproefsysteem voor een practisch geval moet worden beoordeeld. Het is o.a. belangrijk zich rekenschap te geven van de omvang van de economische schade veroorzaakt door het doorglippen van „slechte" partijen, en van de kosten die de keuring medebrengt. Zulke beschouwingen, veelal gesteund door opgedane practische ervaring, zullen er toe leiden voor elk geval een bepaalde „keuringskarakteristiek" te wensen, dwz. een bepaald verloop van de goedkeurkans van een partij als functie van het aanwezige foutenpercentage. Het is dan een zuiver wiskundig probleem het steekproefschema te vinden dat de gewenste karakteristiek bezit en waarbij het aantal te onderzoeken eenheden het kleinste is. Dit wiskundige probleem zal het onderwerp van een volgend artikel vormen.

OVERZICHT VAN RECENTE WETENSCHAPPELIJKE PUBLICATIES DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

Van deze publicaties, voorzover niet met een sterretje * gemerkt, verstrekt de Administratie van het Laboratorium voor Wetenschappelijk Onderzoek, Kastanjelaan, Eindhoven, op aanvrage overdrukken.

1822: F. A. Kröger en W. Hoogenstraaten: Decay and quenching of fluorescence in willemite (Physica **14**, 425-441, 1948, No. 7).

Uit metingen betreffende het rendement en de afneming met de tijd van de fluorescentie van willemiet blijkt, dat de fluorescentie die door kortgolvig ultraviolet wordt opgewekt, door twee stralingsloze processen gedoofd wordt. Het ene proces tast de hoogst aangeslagen toestand aan die bij het aanslagproces bereikt wordt. De snelheid daarvan wordt bepaald door een „monomoleculaire" reactie, die, daar zij parallel aan het „bimoleculaire" fluorescentieproces verloopt, maakt dat het rendement afhankelijk is van de bestralingsintensiteit. Het tweede stralingsloze proces tast direct de aangeslagen toestand in het Mn-centrum aan. Het loopt parallel met de (langzame) fluorescentie-overgang en beïnvloedt dus de afneming met de tijd van het fluorescentielicht na beëindiging van de bestraling. Dit tweede proces neemt sterk toe met toenemende temperatuur. Deze afhankelijkheid kan worden beschreven met behulp van een activeringsenergie. Bij bestraling met langgolvig ultraviolet speelt alleen het laatstgenoemde proces een rol.

1823: Balth. van der Pol en H. Bremmer: Modern operational calculus based on the two-sided Laplace integral (Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensch. Amsterdam **51**, 1005-1012 en 1125-1136, 1948, No. 8 en 9).

Na enige algemene opmerkingen over de Laplace-transformatie worden de voordelen van de tweezijdige vorm (integratie van $-\infty$ naar $+\infty$) boven de eenzijdige (integratie van 0 naar ∞) besproken en aan enige voorbeelden toegelicht (deltafunctie, lineaire differentiaalvergelijkingen met constante en met variabele coëfficienten, af te beelden functies met exponentiële argumenten, identiteiten, voortbrengende functies).

1824: C. J. Bouwkamp: On the mutual inductance of two parallel coaxial circles of circular cross-section (Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensch. **51**, 1280-1290, 1948, No. 10).

Berekening van de wederkerige inductie van twee parallelle hoepels van cirkelvormige dwarsdoorsnede (coaxiale toroïden). Er wordt een reeksontwikkeling gegeven, waarvan de termen zijn uit te drukken door een enkelvoudige intregaal, die Bessel-functies bevat en die, althans voor wat de eerste termen betreft, gemakkelijk kan worden uitgerekend. Ten slotte worden benaderingsformules gegeven.

1825: Joh. Hoekstra en H. A. W. Nijveld: The determination of the hardness of organic films (Rec. Trav. chim. Pays-Bas **67**, 685-689, 1948, No. 11).

Beschrijving van een apparaat ter bepaling van de hardheid van organische lagen. Een diamanten punt wordt met een bekende kracht in de laag gedrukt. De diepte van de indrukking wordt tijdens het indrukken gemeten met een nauwkeurigheid van 0,1 μ. Als voorbeeld worden enige gegevens verstrekt over de afhankelijkheid van de hardheid van een laklaag van de dikte en van de tijd.

1826: N. W. H. Addink: A general method for quantitative spectrochemical analysis (Rec. Trav. chim. Pays-Bas **67**, 690-696, 1948, No. 11).

Tot nu toe was de methode van Gerlach voor

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

quantitatieve spectrochemische analyse het meest gebruikelijk. Bij deze methode is het nodig voor ieder te analyseren materiaal een reeks standaardsamenstellingen te maken en hieruit krommen af te leiden voor de samenhang tussen de concentratie en de intensiteitsverhouding tussen de lijnen van het gezochte en van een standaardelement. Harvey (1947) gebruikt de continue ondergrond tussen de lijnen als een soort standaard. Zijn methode is zeer geschikt bijv. voor systemen met twee componenten, maar systemen met vele componenten kunnen met deze methode niet nauwkeurig worden geanalyseerd. In dit artikel wordt een methode beschreven welke uit die van Harvey is afgeleid. Eerst wordt een ruwe bepaling verricht, gevolgd door een nauwkeurige, waarbij bekende hoeveelheden van het gezochte element worden toegevoegd. Als men het rechte deel van de karakteristiek van de fotografische emulsie gebruikt, kan de concentratie gemakkelijk bepaald worden, de exacte vorm van de karakteristiek behoeft dan niet bekend te zijn.

1827: F. de Boer: On the use of Evjen's method in calculating Madelung potentials (Rec. Trav. chim. Pays-Bas **67**, 697-702, 1948, No. 11).

Evjen heeft opgemerkt dat, bij het opmaken van de som $\Sigma e/r$ (e = ionenlading, r = ionenafstand) een redelijke nauwkeurigheid wordt verkregen als men de som opmaakt voor een deel van het rooster, mits dit deel electrisch neutraal is. In dit artikel wordt in een bepaald geval (CsCl begrensd door kubusvlakken) nagegaan welke complicaties ontstaan als de buitenste laag van het gekozen deel niet electrisch neutraal is. Er wordt een correctie berekend en het resultaat wordt toegepast op het spinelrooster.

1828: A. Claassen en W. Westerveld: The photometric determination of cobalt with nitroso-R-salt (Rec. Trav. chim. Pays-Bas **67**, 720-724, 1948, No. 11).

Discussie betreffende de keuze van de meest geschikte golflengte voor de fotometrische bepaling van cobalt met nitroso-R-zout (1-nitroso-2-hydroxy-3,6-naphtaleen dinatriumsulfonaat). Een golflengte van 550 mμ wordt aanbevolen bij een dikte van de cel van 2 tot 5 cm. De storing door nikkel en koper wordt uitvoerig besproken en enkele data over storing door andere elementen worden meegedeeld.

1829*: J. H. van Santen en J. Th. J. Overbeek: Discrete energieniveaux in ionenroosters (Chem. Weekbl. **44**, 285-291, 1948, No. 21).

Wanneer ionen samentreden om een kristalrooster te vormen, worden in het algemeen de discrete energieniveaus tot energiebanden verbreed. Overgangen tussen zulke niveaus geven aanleiding tot brede emissie- of absorptiebanden. Er zijn echter gevallen waar de wisselwerking tussen de ionen van één soort onderling en die met de andere roosterbouwstenen zo gering is dat de energieniveaus en de overgangen ertussen scherp blijven. Dit zal vooral optreden als de stralingsprocessen zich afspelen in de niet perifeer gelegen electronenschalen. Aan de hand van de literatuur wordt nagegaan hoe de electrische velden tussen ionen de ligging der niveaus beïnvloeden, zowel bij de ionen der zeldzame aarden als bij de ionen van de ijzergroep. Het geval van bijzonder sterke kristalvelden wordt ten slotte kort besproken.

1830: J. A. Haringx: Het onderzoek van staalplaat met behulp van gekerfde proefstaven (De „Ingenieur" **60**, Mk 141-Mk 148, 1948, No. 51).

Het onderzoek van staalplaat met behulp van gekerfde proefstaven heeft ten doel het vaststellen van de neiging van het materiaal tot brosse breuk. Hoewel over de factoren die een brosse breuk beïnvloeden een en ander bekend is, blijkt men momenteel nog niet in staat te zijn op grond van theoretische overwegingen bepaalde keuringsvoorschriften op te stellen. Men moet dus afgaan op het resultaat van min of meer orienterende proeven. Enkele van deze proeven zullen onderling worden vergeleken in een onderzoek, waarvan het programma door de Ned. Ver. Lastechniek in samenwerking met de Belgische „Commission Mixte des Aciers" is vastgesteld. Zij worden hier kort beschreven. Verder wordt een overzicht gegeven van recente onderzoekingen van Tipper en van Bagsar. De poging van Mc Gregor en Grossman om een gegeven spanningsverdeling te correleren met het profiel van de kerf, wordt eveneens besproken.

1831: J. F. H. Custers: A new method for the determination of preferred orientations (Physica **14**, 453-460, 1948, No. 7).

Er wordt een nieuwe methode beschreven voor de bepaling van voorkeurorientaties in vlakke gewalste platen. Hierbij staat de walsrichting loodrecht op de primaire bundel. De normaal op het specimen maakt met de bundel een hoek $< 90°$. Er wordt een aantal opnamen gemaakt, waarbij het specimen in zijn eigen vlak telkens over een eindige hoek wordt gedraaid. De constructie van poolfiguren wordt hierdoor iets eenvoudiger. Bovendien is de berekening van de absorptie in het object bij het

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

maken van röntgendiffractie-opnamen in de verschillende standen eenvoudig.

1832: J. F. H. Custers: The intensity distribution along the Debye halo of a flat specimen in connection with a new method for the determination of preferred orientations (Physica **14**, 461-474, 1948, No. 7).

Aansluitend aan een vroeger beschreven methode ter bepaling van voorkeurorientaties (zie No. **1831**) worden formules afgeleid voor de intensiteitsverdeling langs een Debye-ring, en wel in de onderstelling dat de kristallieten willekeurig georienteerd zijn. Dezelfde formules mag men gebruiken om de variabele absorptie langs de ring te berekenen, zoals nodig is wanneer voorkeurorientaties quantitatief moeten worden behandeld. Bovendien wordt een formule gegeven voor de breedte van de Debye-ring, die sterk kan afhangen van het azimuth.

1833: J. H. van Santen en W. Opechowski: On a generalization of the Lorentz-Lorenz formula (Physica **14**, 545-552, 1948, No. 8).

De welbekende formule van Lorentz-Lorenz voor de diëlectrische constante is alleen geldig voor kristallen waarin alle atomen kubisch symmetrisch omringd zijn. In dit artikel wordt een formule afgeleid die geldig is in het meer algemene geval dat de omringing niet kubisch is, terwijl het kristal als geheel wel kubische symmetrie bezit. De formule wordt toegepast op het rooster van perofskiet.

1834: Th. P. J. Botden en F. A. Kröger: Energy transfer in sensitised $Ca_3(PO_4)_2$-Ce-Mn and $CaSiO_3$-Pb-Mn (Physica **14**, 553-566, 1948, No. 8).

Calciumfosfaat geactiveerd met cerium vertoont, bij bestraling met λ 3500 Å in de banden van het Ce^{3+}-ion, een ultraviolette emissie, bestaande uit twee elkaar gedeeltelijk bedekkende banden met maxima in de buurt van 3470 en 3660 Å. Calciumsilicaat geactiveerd met lood vertoont, bij bestraling met $\lambda < 2900$ Å in de absorptiebanden van het Pb^{2+}-ion, een ultraviolette emissie met maximum bij 3300 Å. Is mangaan als tweede activator aanwezig, dan wordt in beide gevallen een deel van de geabsorbeerde energie overgebracht van de Ce-(resp. Pb-) centra naar de Mn-centra. De fluorescentie bestaat dan uit een zwakke Ce-(resp. Pb-) emissie en een sterke oranje Mn-emissie. Het quantumrendement van de rode emissie is ongeveer 55% voor calciumfosfaat met Ce en Mn en ongeveer 75% voor calciumsilicaat met Pb en Mn. Van beide fosforen is het rendement vrijwel constant tussen —100 °C en +250 °C.

1835: A. van der Ziel: On the mixing properties of non-linear condensers (J. appl. Phys. **19**, 999-1006, 1948, No. 11).

Er wordt een theorie ontwikkeld van een mengkring die een niet-lineaire condensator als mengelement bevat. Aangetoond wordt, dat zo'n condensator een imaginaire conversiesteilheid en een capacitieve ingangs- en uitgangsimpedantie heeft. Men vindt verschillende eigenschappen, afhankelijk van de keuze van de frequentie van de locale oscillator (f_m), de middenfrequentie (f_i) en de ingangsfrequentie (f_0). Beschouwd worden de gevallen: *a*) $f_m = f_i + f_0$, *b*) $f_m = f_i - f_0$ en *c*) $f_m = f_0 - f_i$. Een niet-lineaire condensator werkt in een mengkring in het algemeen als een transformator; in geval (*b*) en (*c*) wordt een middenfrequente impedantie getransformeerd in een positieve ingangsbelasting, in geval (*a*) in een negatieve ingangsbelasting, zodat zelfs oscillaties kunnen voorkomen. In geval (*c*) is de versterking > 1 (energie geleverd door locale oscillator), in geval (*b*) is zij <1 (energiedissipatie in locale oscillator). In geval (*a*) kan instabiliteit optreden. Het locale oscillatorsignaal kan uiteenvallen in twee signalen met frequenties f_i resp. f_0. Bandbreedte en ruisgetal worden ook besproken. De kring kan onder geschikte omstandigheden een klein ruisgetal hebben. Enkele experimenten geven qualitatieve overeenstemming met de theorie.

1836: K. F. Niessen: The earth's constants from combined electric and magnetic measurements partly in the vicinity of the emitter (Z. Naturforschung **3a**, 552-558, 1948, No. 8/11).

Er wordt een methode beschreven voor de bepaling van de diëlectrische constante ε en het geleidingsvermogen σ van de aarde, berustend op metingen van zowel het electrische als het magnetische veld op grote afstand van èn in de nabijheid van de zender. Als gevolg hiervan kunnen ε en σ worden afgeleid uit een eenvoudig systeem van krommen, die in elk geval opnieuw kunnen worden gebruikt, daar de krommen niet afhangen van de afstand van de waarnemingspunten tot de zender. Hierdoor wordt het probleem sterk vereenvoudigd.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!